НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ МГТУ ИМ. Н. Э. БАУМАНА

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 48211. Государственная регистрация №0421200025. ISSN 1994-0408

электронный научно-технический журнал

Решение интервальных математических моделей технологических процессов

09, сентябрь 2012

DOI: 10.7463/0912.0454499

Фролова Т. А., Фролов С. В., Туляков Д. С.

УДК 004.942

Россия, ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

unrealler@yandex.ru

Введение

Исследователями накоплен большой опыт построения аналитических математических моделей технологических процессов [1-3]. Опыт основан на глубоком теоретическом анализе физических и химических процессов, происходящих в исследуемом объекте. При выводе уравнений аналитических математических моделей используются фундаментальные законы сохранения вещества и энергии, а также кинетические закономерности процессов переноса массы и теплоты, химических превращений. Все это дает возможность таким моделям адекватно описывать технологические процессы в широком диапазоне действия входных и управляющих воздействий.

Наряду с существенными преимуществами аналитические математические модели имеют недостатки, связанные с невозможностью определения точных значений некоторых их параметров. Далее такие параметры будем называть неопределенными и обозначать в виде вектора $v = (v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_p)$, $v \in R^p$, где R^p - евклидово пространство размерностью *p*. Чаще всего к неопределенным параметрам, например, для технологических процессов химической технологии, относятся физико-химические константы, коэффициенты тепло- и массоотдачи, теплопроводности, скорости химических реакций, а также концентрации веществ во входных потоках и др. Неопределенными параметрами математических моделей могут являться и конструктивные характеристики оборудования, например, площадь поверхности теплообмена, внутренний объем реакционной камеры и др.

Например, неопределенные параметры содержат математические модели процесса обжига материала во вращающихся печах [3, 4]. В зависимости от постановки задачи, процессы обжига, например, переработка фосфогипса во вращающихся печах, могут описываться математическими моделями статики и динамики с сосредоточенными или распределенными параметрами. Такие модели необходимы для поиска оптимальных технологических или конструктивных параметров. При решении таких задач следует учитывать неопределенность некоторых параметров математических моделей [5, 6].

Известно несколько подходов к раскрытию неопределенностей. Широко используется вероятностный подход [7], в котором неопределенные параметры $v_i,\ i=\overline{1,p},$ характеризуются функциями плотности распределения $p_i(v_i),\ i=\overline{1,p}.$ Математические модели, в состав которых входят такие параметры, имеют названия вероятностных. В этом случае функции распределения $p_i(v_i), i=\overline{1,p}$ строятся на основании накопленных статистических данных о поведении стохастических параметров $v_i,\ \left(i=\overline{\mathbf{1},p}\right)$. Трудность применяемой методики связана с необходимостью проведения большого числа экспериментов на объекте во время хода технологического процесса для определения параметров законов распределения стохастических величин.

Другой подход связан с использованием теории нечетких множеств [8] и уходит в сферу субъективной информации. Неопределенные параметры $v_i,\ i=\overline{1,p},$ характеризуются функциями принадлежности $\mu_i(v_i),\ i=\overline{1,p},$ которые строятся на основе опросов экспертов. Модели, в которых неопределенные параметры характеризуются функциями принадлежности, получили название нечетких математических моделей. Недостатком этой методики является то, что для надежного построения функции принадлежности требуется мнение нескольких экспертов. Это не всегда возможно.

1 Понятие интервальной модели

На практике чаще всего информация о значении неопределенного параметра v_i задается в виде интервального параметра (интервального числа)

$$[v_i] = [\underline{v}_i \le v_i \le \overline{v}_i, \underline{v}_i \le \overline{v}_i] = [\underline{v}_i, \overline{v}_i] \equiv \mathrm{mid}\,[v_i] \pm \frac{\Delta_i}{2},\ i = \overline{1, p},$$

где $\underline{v}_i, \overline{v}_i$ - нижняя и верхняя граница параметра v_i; $\mathrm{mid}[v_i]$ - середина интервала $[v_i]$ в соответствии с рисунком 1 равная

$$\mathrm{mid}\,[v_i] = (\underline{v}_i + \overline{v}_i)/2\,;$$

величина Δ_i - есть интервал,

$$\Delta_i = \overline{v}_i - \underline{v}_i\,.$$

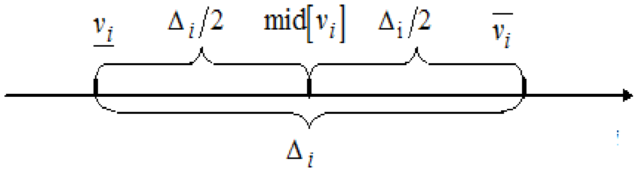


Рисунок 1 - Изображение интервального параметра $[v_i]$ на числовой прямой

Предполагается, что вероятностные или любые другие характеристики, уточняющие расположение точного параметра внутри или на границе интервала Δ_i отсутствуют. Очевидно, что интервальные числа $[v_i]$ содержат минимальную информацию о неопределенных параметрах, которую проще всего получить. Параметры v_i могут иметь как стохастическую, так и детерминированную природу. Неопределенность параметров, имеющих детерминированную природу, может быть связана с отсутствием знаний об их точных значениях.

Математические модели с такими параметрами получили название интервальных. Определим интервальную математическую модель в виде оператора

$$
\begin{gathered}
[y] = \mathrm{M}(u, x, [v]), \\
u \in U, x \in X, y \in Y, v \in V,
\end{gathered} \tag{1}
$$

где $[y],[v]$ - интервальные векторы, определяемые как $[y] = ([y_1],[y_2],\ldots,[y_i],\ldots,[y_m])$, $[v] = ([v_1],[v_2],\ldots,[v_i],\ldots,[v_p])$; X, U - пространства входных и допустимых управляющих воздействий, Y - пространство выходных величин, V - пространство неопределенных параметров.

Для решения задач проектирования и управления технологическими процессами требуется нахождения вектора выходных параметров $[y]$ интервальной математической модели (1).

Решить интервальную математическую модель $[y] = \mathrm{M}(u, x, [v])$, это значит для заданных векторов u, x интервального вектора $[v] = ([v_1],\ldots,[v_i],\ldots,[v_p])$ найти такой вектор $[y] = ([y_1],\ldots,[y_j],\ldots,[y_m])$, который определяется вектором нижних и верхних границ $\underline{y} = (\underline{y_1},\ldots,\underline{y_j},\ldots,\underline{y_m})$, $\overline{y} = (\overline{y_1},\ldots,\overline{y_j},\ldots,\overline{y_m})$.

В известной литературе [9] предлагаются различные методы решений интервальных уравнений. Известные методы направлены в основном на решение интервальных алгебраических уравнений, в большинстве случаев, имеющих линейный вид. Однако, современные математические модели, например, технологических процессов, представляются в виде системы нелинейных алгебраических или дифференциальных уравнений в обыкновенных или частных производных. Целью работы является разработка новых эффективных методов решения интервальных математических моделей.

Предлагаемые нами новые методы отличаются простотой реализации и ориентацией на применение для решения инженерных задач.

Согласно классификации [2] математические модели технологических процессов разделяются на статические и динамические модели, которые в свою очередь классифицируются на модели с сосредоточенными и распределенными параметрами, т.е. выделяются четыре класса математических моделей. Для каждого класса существует свой алгоритм решения интервальной модели.

2 Метод решения интервальной статической модели с сосредоточенными параметрами

Интервальная статическая модель с сосредоточенными параметрами определяется системой уравнений вида

$$\forall v \in [v]: \mathrm{M}(y, u, x, v) = 0,$$

где y, u, x, v принадлежат евклидовым пространствам.

Вычисление нижних границ $\underline{y_j}\left(j = \overline{1,m}\right)$ сводится к решению задач оптимизации

$$\underline{y_j} = \arg \min_{\substack{v_i \in [v_i] \\ \forall i \in F}} y_j, \ \ j = \overline{1,m}, \ \forall v \in [v]: \ \mathrm{M}(y, u, x, v) = 0, \qquad (2)$$

где F - множество индексов.

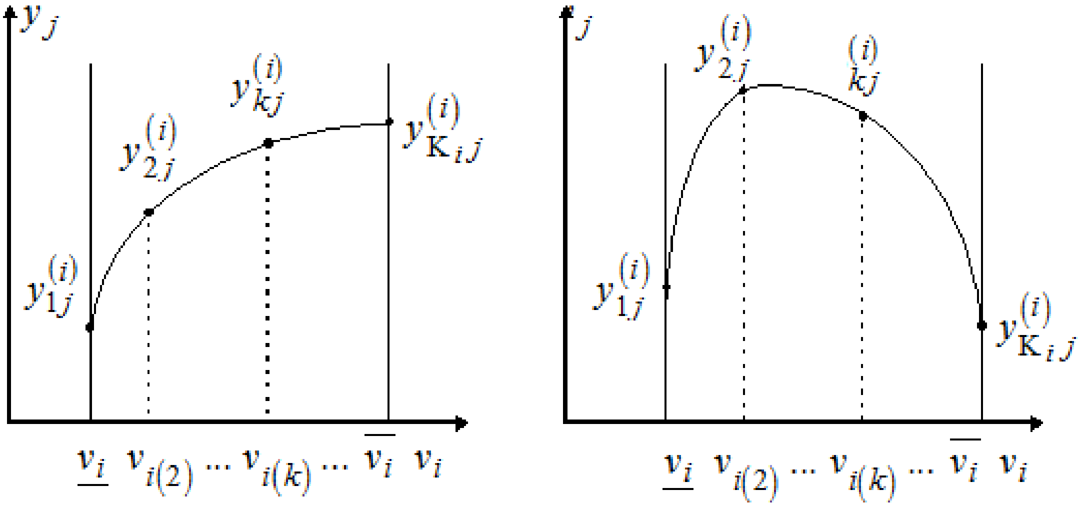
Верхние границы $\overline{y_j}$ определяются из решения задач оптимизации

$$\overline{y_j} = \arg \max_{\substack{v_i \in [v_i] \\ \forall i \in F}} y_j, \ \ j = \overline{1,m}, \ \forall v \in [v]: \ \mathrm{M}(y, u, x, v) = 0. \qquad (3)$$

Для сокращения числа элементов множества F проводятся дополнительные исследования зависимости $y_j = y_j(v_i)$, $i = \overline{1,p}$, $j = \overline{1,m}$ определяемой из модели $[y] = \mathrm{M}(u, x, [v])$.

На первом этапе устанавливается правило вычисления границ $\underline{y}_j, \overline{y}_j$. Для этого в точках $v_{i(k)}$ находятся соответствующие значения $y_{kj}^{(i)}, \left(k=\overline{1,K_i}\right)$ в соответствии с рисунком 2а, т.е. генерируется последовательность

$$\left\{y_{1j}^{(i)}, y_{2j}^{(i)}, \dots, y_{kj}^{(i)}, \dots, y_{K_i j}^{(i)}\right\}. \qquad (4)$$



а) б)

Рисунок 2 - Монотонный (а) и немонотонный (б) характер зависимости $y_j(v_i)$

Множество индексов, при которых последовательность (4) является монотонной, обозначим $L_j, \left(L_j \in F, j=\overline{1,m}\right)$.

Вводится обозначение $\underline{\hat{v}}_i$, $\left(i \in L_j\right)$, при котором

$$\underline{y_j}^{(i)} = y_j\left(\underline{\hat{v}}_i\right). \qquad (5)$$

Параметр $\underline{\hat{v}}_i$ соответствует границе $\underline{v}_i$, если последовательность (4) является монотонно возрастающей, и $\underline{\hat{v}}_i$ соответствует границе $\overline{v}_i$, если последовательность (4) монотонно убывающая. Аналогично обозначение $\overline{\hat{v}}_i$ $\left(i \in L_j\right)$ определяет верхнюю границу зависимости

$$\overline{y_j}^{(i)} = y_j\left(\overline{\hat{v}}_i\right). \qquad (6)$$

В общем случае для установления справедливости условия $i \in L_j$ для параметра v_i должно быть сгенерировано множество последовательностей (4) при разных случайно выбранных значениях $v_l \in [v_l]$, $(\forall l \in F, l \neq i)$, $u \in U$, $x \in X$. Если все сгенерированные последовательности (4) для заданного v_i монотонны, только тогда $i \in L_j$. Как показывают многочисленные исследования, для установления принадлежности i множеству L_j достаточно построения только одной последовательности (4), где все остальные неопределенные параметры при расчетах принимают средние значения $\forall l \in F : v_l = \mathrm{mid}[v_l]$, $l \neq i$ составляющие векторов u, x имеют любые фиксированные значения, удовлетворяющие условиям $u \in U$, $x \in X$. Шаг дискретизации Δh_i выбирается априори на основе предварительных расчетов. Если $i \notin L_j$, то последовательность (4) носит немонотонный характер в соответствии с рисунком 2б.

Вторым этапом исследования зависимости $y_j^{(i)} = y_j(v_i)$ является определение для выходного параметра y_j значимости интервала Δ_i

$$\left| \overline{y_j}^{(i)} - \underline{y_j}^{(i)} \right| > \varepsilon_j^i, \tag{7}$$

где ε_j^i - допустимая погрешность. Здесь $\overline{y_j}^{(i)}, \underline{y_j}^{(i)}$ определяются из (5), (6), если $i \in L_j$, в противном случае из решений задач оптимизации $\overline{y_j}^{(i)} = \arg\max_{v_i \in [v_i]} y_j$, $\underline{y_j}^{(i)} = \arg\min_{v_i \in [v_i]} y_j$.

Если условие (7) не выполняется, то интервал Δ_i для y_j считается незначимым, и при определении $\underline{y_j}$, $\overline{y_j}$ задается в виде точки со значением $\mathrm{mid}[v_i]$, $i \in N_j$. Множество N_j является множеством индексов i, определяющих параметры $[v_i]$ такие, которые можно задавать в виде числа $\mathrm{mid}[v_i]$ при вычислении $\underline{y_j}$ и $\overline{y_j}$. Таким образом, параметры v_i для $i \in N_j$ исключаются из числа варьируемых параметров при решении задач (2), (3) для определения нижних и верхних границ $\underline{y_j}$, $\overline{y_j}$.

С учетом изложенного, формулировки (2), (3) представляются в виде

$$\left[y_j\right]=\begin{bmatrix}\min\limits_{\substack{v_i\in[v_i]\\ \forall i\in G_j}}\left\{y_j\left|\mathrm{M}\left(y,u,x,v_i,\mathrm{mid}\left[v_l\right],\underline{\hat{v}}_k\right)=\mathbf{0}\right.\right\}\\ \max\limits_{\substack{v_i\in[v_i]\\ \forall i\in G_j}}\left\{y_j\left|\mathrm{M}\left(y,u,x,v_i,\mathrm{mid}\left[v_l\right],\hat{\overline{v}}_k\right)=\mathbf{0}\right.\right\}\end{bmatrix},$$

$$G_{\mathrm{j}}=F\setminus\left(N_{\mathrm{j}}\cup L_{\mathrm{j}}\right),$$

$$l\in N_j,k\in L_j,\ \ j=\overline{1,m}.$$

3 Метод решения интервальной статической модели с распределенными параметрами

К другому классу математических моделей относятся интервальные статические модели с распределенными параметрами, которые определяются уравнениями вида

$$\forall v\in[v]:\mathrm{M}\left(y'(z),y(z),u,x,v,z\right)=0, \tag{8}$$

где z - пространственная координата объекта.

На первом этапе исследования зависимости $y_j(z)=y_j(z)(v_i)$, $i=\overline{1,p},\ j=\overline{1,m},\ z\in[0,Z]$ определяется правило вычисления границ $\underline{y_j(z)}$, $\overline{y_j(z)}$. В процессе исследования, в соответствии с рисунком 3, для каждого $v_{i(k)}$ $\left(v_{i(k)i}\in[v_i],\ k=\overline{\mathbf{1},\mathrm{K}_i},\ v_{i(k+\mathbf{1})}-v_{i(k)}=\Delta h\right)$ строятся зависимости $y_{kj}(z)=y_{kj}(z)\left(v_{i(k)}\right)$.

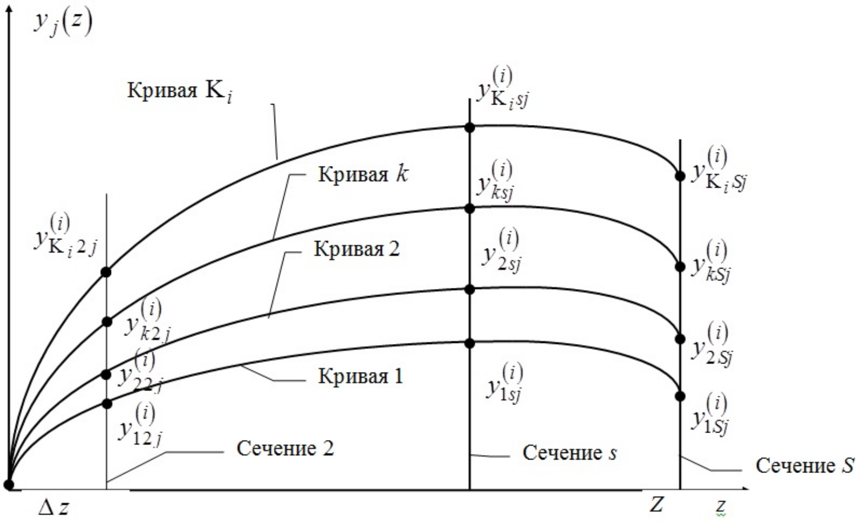


Рисунок 3 - Построение последовательностей $\left\{y^{(i)}_{1sj}, y^{(i)}_{2sj}, \ldots, y^{(i)}_{ksj}, \ldots, y^{(i)}_{K_i sj},\right\}$ при исследовании зависимости $y_j(z)^{(i)}$

Далее по пространственной координате z объекта с шагом Δz определяются точки $z_1, z_2, .., z_s, .., z_S$. В результате образуются последовательности

$$\left\{y^{(i)}_{11j}, y^{(i)}_{21j}, \ldots, y^{(i)}_{k1j}, \ldots, y^{(i)}_{K_i 1j},\right\}, \ldots, \left\{y^{(i)}_{1sj}, y^{(i)}_{2sj}, \ldots, y^{(i)}_{ksj}, \ldots, y^{(i)}_{K_i sj},\right\}, \ldots,$$

$$\left\{y^{(i)}_{1Sj}, y^{(i)}_{2Sj}, \ldots, y^{(i)}_{kSj}, \ldots, y^{(i)}_{K_i Sj},\right\}, \tag{9}$$

где первый подстрочный индекс означает номер кривой (в соответствии с рисунком 3 кривая $y_{kj}(z)$ обозначается как кривая 1, кривая 2, ..., кривая k, ...,); второй подстрочный индекс соответствует номеру линии, обозначаемой как сечение s $\left(s = \overline{1, S}\right)$, на которой лежит точка $y^{(i)}_{ksj}$; третий индекс соответствует номеру выходного параметра y_j.

Если для заданного i все S последовательностей (9) являются монотонными, тогда $i \in L_j$ в соответствии с рисунком 4а. В этом случае нижние и верхние границы определяются соответственно выражениями

$$\underline{y_j}^{(i)}(z) = y_j(z)\left(\underline{\hat{v}}_i\right), \tag{10}$$

$$\overline{y_j}^{(i)}(z)=y_j(z)(\hat{\bar{v}}_i). \qquad (11)$$

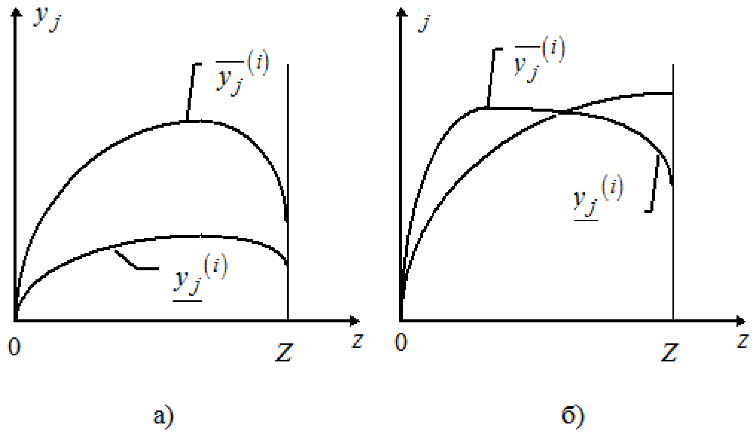


Рисунок 4 - К определению границ интервала $\lfloor y_j(z)\rfloor$ для зависимости $y_j(z)^{(i)}=y_j(z)(v_i)$, $(v_i\in[v_i])$ при $i\in L_j$ (а); при $i\notin L_j$ (б)

Если хотя бы одна из s $\left(s=\overline{1,S}\right)$ последовательностей является немонотонной, тогда $i\notin L_j$ в соответствии с рисунком 4б.

На втором этапе определяется значимость интервала Δ_i для выходной переменной $y_j(z)^{(i)}$, согласно неравенству

$$\max_z\left|\overline{y_j}(z)^{(i)}-\underline{y_j}(z)^{(i)}\right|\geq\varepsilon_j^i. \qquad (12)$$

Здесь $\overline{y_j}(z)^{(i)}$, $\underline{y_j}(z)^{(i)}$определяются из (10), (11), если $i\in L_j$. В противном случае из решений задач оптимизации $\overline{y_j}(z)^{(i)}=\arg\max_{v_i\in[v_i]}y_j(z)$, $\underline{y_j}(z)^{(i)}=\arg\min_{v_i\in[v_i]}y_j(z)$.

Если условие (12) не выполняется, то интервал Δ_i для $y_j(z)$ считается незначимым и при определении $\underline{y_j}(z)$, $\overline{y_j}(z)$ задается в виде точки со значением $\operatorname{mid}[v_i]$, $i\in N_j$. Параметры v_i для $i\in N_j$ исключаются из числа варьируемых параметров при решении задач (2), (3) для определения нижних и верхних границ $\underline{y_j}(z)$, $\overline{y_j}(z)$.

10.7463/0912.0454499

После проведенных исследований интервальный выходной параметр $\left[y_j(z)\right]$ определяется по формуле

$$\left[y_j(z)\right]=\begin{bmatrix}\min\limits_{\substack{v_i\in[v_i]\\ \forall i\in G_j}}\left\{y_j(z)\,\middle|\,\mathrm{M}\left(y'(z),y(z),u,x,v_i,\mathrm{mid}\left[v_l\right],\underline{\hat{v}_k},z\right)=\mathbf{0}\right\}\\ \max\limits_{\substack{v_i\in[v_i]\\ \forall i\in G_j}}\left\{y_j(z)\,\middle|\,\mathrm{M}\left(y'(z),y(z),u,x,v_i,\mathrm{mid}\left[v_l\right],\overline{\hat{v}}_k,z\right)=\mathbf{0}\right\}\end{bmatrix},$$

$$z\in[0,Z],\ G_j=F\setminus\left(N_j\cup L_j\right),$$

$$l\in N_j,\ k\in L_j,\ j=\overline{1,m}.$$

Если в качестве математической модели используется интервальная динамическая модель с сосредоточенными параметрами вида

$$\forall v\in[v]:\ \mathrm{M}\left(y'(\tau),y(\tau),u,x,v,\tau\right)=0, \qquad (13)$$

то методика исследования модели (13) аналогична методике, применяемой для модели (8). В этом случае координата z заменяется на временной параметр τ.

4 Метод решения интервальной динамической модели с распределенными параметрами

Исследование для интервальной динамической модели с распределенными параметрами

$$\forall v\in[v]:\ \mathrm{M}\left(y'_\tau(\tau,z)y'_z(\tau,z),u,x,v,\tau,z\right)=0, \qquad (14)$$

где $y'_\tau(\tau,z)y'_z(\tau,z)$ - частные производные соответственно по времени и координате, основывается на методике, примененной к модели (8).

На первом этапе по методике, как для модели (8), проводится исследование зависимости $y_j(\tau,z)(v_i)$ на принадлежность i к множеству L_j. Сначала для фиксированного момента времени $\tau=\tau_c$ при $z\in[0,Z]$ проводится анализ интервального параметра $[v_i]$ на принадлежность i к множеству L_j, долее в точке $z=z_c$ при $\tau\in[0,T]$ проводится аналогичное исследование. Если в обоих случаях справедливо отношение $i\in L_j$, тогда можно при вычислении

$\lfloor y_j \rfloor$ принимать во внимание для параметра $[v_i]$ только верхние $\overline{v_i}$ и нижние $\underline{v_i}$ его границы, т.е. параметр $[v_i]$ соответствует множеству L_j.

На втором этапе проводится анализ на значимость интервала Δ_i. Если одновременно интервал Δ_i незначим для зависимостей $y_j(\tau_c, z)$ при $\tau \in [0, T]$ и $y_j(\tau, z_c)$ при $z \in [0, Z]$, тогда параметр $[v_i]$ можно заменить точкой $\mathrm{mid}[v_i]$ и принять $i \in N_j$.

После проведенных исследований интервальный выходной параметр модели (14) определяется выражением

$$[y_j(\boldsymbol{\tau}, z)] = \begin{bmatrix} \min\limits_{\substack{v_i \in [v_i] \\ \forall i \in G_j}} \left\{ y_j(\boldsymbol{\tau}, z) \middle| \mathrm{M}\left(y'_\tau(\boldsymbol{\tau}, z) y'_z(\boldsymbol{\tau}, z), u, x, v_i, \mathrm{mid}[v_l], \underline{\hat{v}_k}, \boldsymbol{\tau}, z\right) = \mathbf{0} \right\}, \\ \max\limits_{\substack{v_i \in [v_i] \\ \forall i \in G_j}} \left\{ y_j(\boldsymbol{\tau}, z) \middle| M\left(y'_\tau(\boldsymbol{\tau}, z) y'_z(\boldsymbol{\tau}, z), u, x, v_i, \mathrm{mid}[v_l], \hat{\overline{v}}_k, \boldsymbol{\tau}, z\right) = \mathbf{0} \right\} \end{bmatrix},$$

$$z \in [0, Z],\ \tau \in [0, T],$$

$$G_j = F \setminus \left(N_j \cup L_j\right), l \in N_j,\ k \in L_j,\ j = \overline{1, m}.$$

Таким образом, представленная методика позволяет найти выходные параметры интервальной модели, которые определяются верхней и нижней границей выходного параметра.

5 Исследование процесса обжига материала во вращающейся печи на основе интервальной модели

Данная методика реализована на примере процесса обжига во вращающейся печи. Вращающаяся печь это промышленная печь цилиндрической формы с вращательным движением вокруг продольной оси, предназначенная для нагрева или обжига материалов с целью их физико-химической обработки. Для поддержания температурного режима применяется факельное сжигание природного газа или мазута. Материал в печи движется противотоком продуктам сгорания.

Нами разработана математическая модель процесса обжига во вращающейся печи, имеющая вид

$$\frac{dT_м}{dl} = \frac{\varepsilon_м \sigma_0 (T_Г^4 - T_м^4)\pi d\Delta l - \dfrac{2\pi(T_м - T_{ст})\Delta l}{\dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{D}{d}}}{\theta_м G_м},$$

$$\frac{dT_Г}{dl} = \frac{\varepsilon_м \sigma_0 (T_Г^4 - T_м^4)\pi d\Delta l - 2mG_T \Omega e^{-m(L-l)^2}(L-l)}{\theta_Г G_Г},$$

$$\frac{2\pi(T_м - T_{ст})\Delta l}{\dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{D}{d}} = \varepsilon_{ст}\sigma_0 (T_{ст}^4 - T_{ср}^4)\pi D\Delta l,$$

$$T_м |_{l=0} = T_м^{вх},$$

$$T_Г |_{l=\mathrm{L}} = T_Г^{вых},$$

где $T_м$ - температура материала [K], $T_Г$ - температура газа [K], $T_{ст}$ - температура стенки [K], $T_{ср}$ - температура среды [K], l - текущая длина печи [м], $\varepsilon_{ст}$ - степень черноты футеровки, $\varepsilon_м$ - степень черноты материала, d - внутренний диаметр печи [м], D - внешний диаметр печи [м], L - общая длина печи [м], σ_0 - коэффициент излучения абсолютно черного тела [Вт/м^2 К^4], λ - коэффициент теплопроводности материала футеровки [Вт/м К], Ω - тепло, выделяющееся от сгорания 1 кг топлива (удельная теплота сгорания) [Дж/кг], $\theta_м$ - теплоемкость материала [Дж/кг°C], $\theta_Г$ - теплоемкость газа [Дж/кг°C], $G_м$ - расход материала [кг/с], $G_Г$ - расход газа [$м^3$/с], G_T - расход топлива [$м^3$/с], m - эмпирический коэффициент.

В этой математической модели есть неопределенные параметры. Это степень черноты материала $\varepsilon_м$, теплоемкость материала $\theta_м$ и длина факела $l_ф$. Эмпирический коэффициент m зависит от длины факела, следовательно, изменение длины факела влечет за собой изменение данного эмпирического коэффициента.

Математическая модель процесса обжига во вращающейся печи относится к классу статических моделей с распределенными параметрами (8).

Неопределенные параметры математической модели задаются в виде интервальных чисел $[\varepsilon_м]$ = [0.3,0.7], $[\theta_м]$ = [1000,1200], $[l_ф]$ = [7,15]. В математической модели выходными параметрами являются: распределение температур газа, материала и стенки по длине печи. Наиболее важный параметр для процесса обжига это температура материала, следовательно, все расчеты проведем только для температуры материала.

Решением модели является вычисление верхней и нижней границы всего интервала $\lfloor y_j(z) \rfloor$ распределения температур материала в соответствии с рисунком 5.

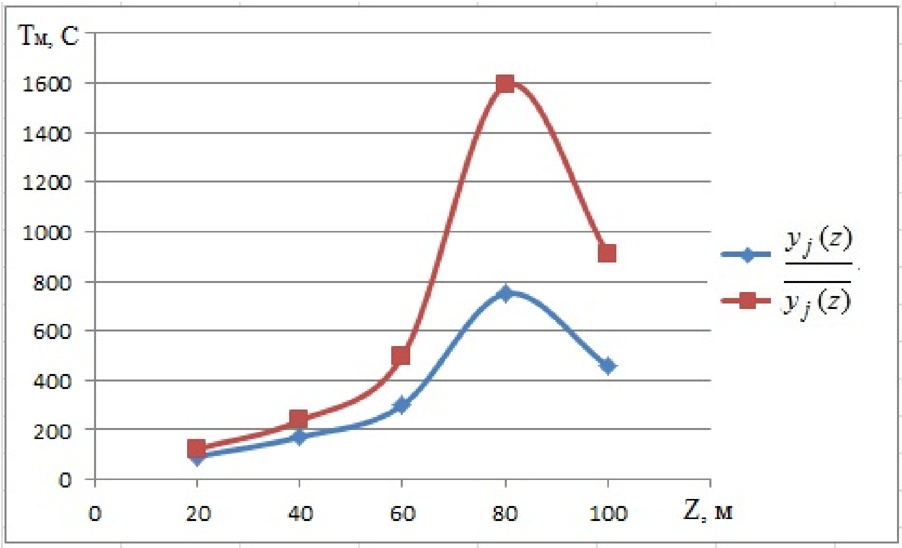


Рисунок 5 - Границы интервала $\lfloor y_j(z) \rfloor$

Далее определяется значимость интервала Δ_i для выходной переменной, согласно неравенству (12). Параметр ε_j^i это допустимая погрешность, значение которой задается технологом. В рассматриваемом случае погрешность составляет 3℃. Как видно из рисунка 5 интервал Δ_i является значимым. Неопределенность исходных данных модели существенна.

Для решения задач требуется уточнить исходные данные. Предложенная методика позволяет гарантированно вычислять интервал выходных значений математических моделей, что дает преимущества перед другими способами раскрытия неопределенностей в математических моделях.

Заключение

Интервальные математические модели являются современным инструментом для описания сложных процессов в естествознании и технике.

В работе предлагаются новые методы решения интервальных математических моделей, сводящиеся к оптимизационным задачам определения верхних и нижних границ выходных интервалов.

Применение их становится возможным с появлением высокопроизводительных вычислений, так как на обычных компьютерах в большинстве случаев реальные интервальные модели решить из-за большого объема вычислений не представляется возможным. Интервальные математические модели можно применять на предварительном этапе исследования систем, а так же когда необходимо получить гарантированный результат при неизвестных параметрах.

Список литературы

1. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств. М.: Высшая школа, 1991. 400 с.

2. Балакирев В.С., Володин В.М., Цирлин А.М. Оптимальное управление процессами химической технологии (экстремальные задачи в АСУ). М.: Химия, 1978. 383 с.

3. Туляков Д.С., Фролова Т.А. Раскрытие неопределенности в математической модели процесса обжига // Новые информационные технологии: тезисы докладов XX Международной студенческой конференции школы-семинара. М.: МИЭМ, 2012. С. 113-114.

4. Туляков Д.С., Фролова Т.А. Переработка фосфогипса в условиях неопределенности исходных данных // Развитие инженерного образования в России : тезисы докладов Санкт-Петербургского образовательного форума. СПб., 2012. С. 135.

5. Gruhn G., Colditz S. Intervallmathematische Methoden in der Prozeßtechnik - Flexibilität und Unschärfe // Chemie-Ingenieur-Techik. 1996. Bd. 68. № 5. S. 509-517.

6. Gruhn G., Colditz S. Interval appoach to Process System Engineering problems // Computers. Chem. Enging. 1996. Vol. 20. P. 533-538.

7. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. М.: Высшая школа, 2001. 343 с.

8. Заде Л. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений: пер.с англ. // Математика сегодня: сборник статей. М.: Знание. 1974. С. 5-49.

9. Альфельд Г., Херцберг Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987. 356 с.

SCIENTIFIC PERIODICAL OF THE BAUMAN MSTU
SCIENCE and EDUCATION
EL № FS77 - 48211. №0421200025. ISSN 1994-0408
electronic scientific and technical journal

Solution of interval mathematical models of technological processes

09, September 2012
DOI: 10.7463/0912.0454499
Frolova T.A., Frolov S.V., Туляков Д. С.

Russia, Tambov State Technical University
unrealler@yandex.ru

It is shown that an effective method of presenting undefined parameters of mathematical models are interval numbers. The authors propose algorithms for solving interval mathematical models of statics and dynamics which have lumped and distributed parameters. The algorithms are based on solving optimization problems. Implementation of the presented algorithms is demonstrated by material firing in a rotary kiln in which information on some of the parameters is set in the form of interval numbers. The method can effectively solve the problem of design and process control under uncertainty.

Publications with keywords:rotary kiln, interval boundary, interval, interval mathematical model, monotone, nonmonotonic dependence, undetermined parameters
Publications with words:rotary kiln, interval boundary, interval, interval mathematical model, monotone, nonmonotonic dependence, undetermined parameters

References

1. Kafarov V.V., Glebov M.B. *Matematicheskoe modelirovanie osnovnykh protsessov khimicheskikh proizvodstv* [Mathematical modeling of the main processes of chemical production]. Moscow, Vysshaia shkola, 1991. 400 p.

2. Balakirev V.S., Volodin V.M., Tsirlin A.M. *Optimal'noe upravlenie protsessami khimicheskoi tekhnologii (ekstremal'nye zadachi v ASU)* [Optimal control of processes of chemical technology (extreme problem in ACS)]. Moscow, Khimiia, 1978. 383 p.

3. Tuliakov D.S., Frolova T.A. Raskrytie neopredelennosti v matematicheskoi modeli protsessa obzhiga [Disclosure of uncertainty in a mathematical model of the burning process]. *Novye informatsionnye tekhnologii: tezisy dokladov 20 Mezhdunarodnoi studencheskoi konferentsii shkoly-seminara* [New information technologies: theses of reports of the 20-th International student's conference of the school-seminar]. Moscow, MIEM Publ., 2012. pp. 113-114.

4. Tuliakov D.S., Frolova T.A. Pererabotka fosfogipsa v usloviiakh neopredelennosti iskhodnykh dannykh [Processing of phosphogypsum in the conditions of uncertainty of the input data]. *Razvitie inzhenernogo obrazovaniia v Rossii : tezisy dokladov Sankt-Peterburgskogo*

obrazovatel'nogo foruma [The development of engineering education in Russia : theses of the reports of the St. Petersburg educational forum].St. Petersburg, 2012, p. 135.

5. Gruhn G., Colditz S. Intervallmathematische Methoden in der Prozeßtechnik - Flexibilität und Unschärfe. *Chemie-Ingenieur-Techik*., 1996, vol. 68, no. 5, pp. 509-517 (in German).

6. Gruhn G., Colditz S. Interval appoach to Process System Engineering problems. *Computers. Chem. Enging*., 1996, vol. 20, pp. 533-538.

7. Sovetov B.Ia., Iakovlev S.A. *Modelirovanie system* [Modeling of systems]. Moscow, Vysshaia shkola, 2001. 343 p.

8. Zadeh L. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern*., 1973, vol. SMC-3, pp. 28-44. (Russ. ed.: Zade L.A. Osnovy novogo podkhoda k analizu slozhnykh sistem i protsessov priniatiia reshenii. *Matematika segodnia: sbornik statei* [Mathematics today: a collection of articles]. Moscow, Znanie, 1974, pp. 5-49.).

9. Alefeld G., Herzberger J. *Introduction to Interval Computation*. Academic Press, 1983. (*Computer Science and Applied Mathematics*). (Russ. ed.: Al'fel'd G., Khertsberg Iu. *Vvedenie v interval'nye vychisleniia*. Moscow, Mir, 1987. 356 p.).