

## Обработка огибающих реализаций сигналов в реальном времени в автономных информационных системах.

77-30569/342346

# 03, март 2012

Хохлов В. К.

УДК 621.396.96

МГТУ им. Н.Э. Баумана

[valerykhokhlov@mail.ru](mailto:valerykhokhlov@mail.ru)

[khokhlov2010@yandex.ru](mailto:khokhlov2010@yandex.ru)

В автономных информационных системах (АИС), например акустических и сейсмических, входные сигналы часто являются случайными процессами с неизвестной и изменяющейся средней частотой энергетического спектра и информация о свойствах объектов заключена в статистических характеристиках огибающих входных реализаций [3]. Поэтому в АИС необходимо выделять информативные параметры огибающих и вычислять статистики, инвариантные к средней частоте энергетического спектра.

При корреляционной обработке огибающих входных реализаций в корреляторе в этих условиях необходимо слежение за задержкой [2], что при ограниченной длительности реализации сигнала на входе и необходимости обработки в реальном времени часто оказывается невозможным.

Решить отмеченную проблему можно, если отсчеты огибающей сигнала брать при помощи сопряженного сигналу по Гильберту процесса.

Ниже рассмотрены статистические характеристики отсчетов огибающих узкополосных случайных процессов, взятых с помощью сопряженных им по Гильберту процессов.

Общую аналитическую зависимость стационарного в широком смысле узкополосного случайного процесса представим в виде

$$x(t) = E(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)],$$

где  $E(t)$  – огибающая;  $\omega_0$  – средняя частота;  $\varphi(t)$  – случайная фаза.

На основании [1] автокорреляционная функция (АКФ) огибающей  $E(t)$  для узкополосного стационарного нормального случайного процесса может быть представлена как

$$K_E(\tau) = \frac{\pi}{2} \sigma^2 \left[ 1 + \frac{r_0^2(\tau)}{4} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{[(2n-3)!!]^2}{2^{2n}(n!)^2} r_0^{2n}(\tau) \right] = \sigma^2 \{ 2E[r_0^2(\tau)] - [1 - r_0^2(\tau)K[r_0(\tau)]] \}, \quad (1)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия исходного узкополосного случайного процесса;  $r_0(\tau)$  – огибающая нормированной АКФ;  $K[r_0(\tau)]$ ,  $E[r_0(\tau)]$  – полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно.

Первый член в (1) равен квадрату постоянной составляющей огибающей  $E(t)$

$$\frac{\pi \sigma^2}{2} = \mu_E^2. \quad (2)$$

Из (1) следует, что среднее значение квадрата огибающей  $E(t)$  равно

$$\Psi_E^2 = K_E(0) = 2\sigma^2,$$

а дисперсия огибающей  $E(t)$  будет

$$D_E = \Psi_E^2 - \mu_E^2 = \left( 2 - \frac{\pi}{2} \right) \sigma^2.$$

Используя (1), (2), можно найти нормированную АКФ огибающей узкополосного нормального случайного процесса

$$r_E(\tau) = \frac{K_E(\tau) - \mu_E^2}{D_E} = \frac{\pi}{4(4-\pi)} \left[ r_0^2(\tau) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{[(2n-3)!!]^2}{2^{2n-1}(n!)^2} r_0^{2n}(\tau) \right]. \quad (3)$$

Как показали расчеты АКФ по формуле (3) с учетом (1), для большинства практических случаев можно ограничиться первым членом в квадратных скобках (3), т. е.

$$r_E(\tau) \approx \frac{\pi}{4(4-\pi)} r_0^2(\tau). \quad (4)$$

Чтобы устранить влияние нестационарности входного процесса  $\{x(t)\}$ , обусловленное изменением средней частоты  $\omega_0$  на отсчеты АКФ, будем производить отсчеты с помощью сопряженного ему по Гильберту процесса  $\{y(t)\}$  (рис. 1).

$$y(t) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t)}{\tau - t} d\tau = E(t) \sin[\omega_0 t - \varphi(t)] \quad (5)$$

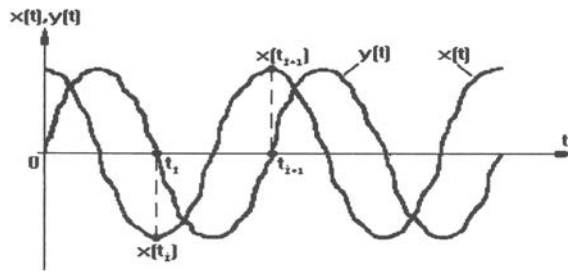


Рис. 1 – Получение отсчетов огибающей реализации сигнала

Как видно из рис. 1 при  $\Phi(t_i) = \omega_0 t - \varphi(t_i) = nT_i$ ,  $y(t_i) = 0$  и  $x(t_i) = E(t_i) = (-1)^n E_i$ . Таким образом, для получения отсчетов огибающей  $E_i$  необходимо производить отсчеты реализации  $x(t)$  в моменты перехода через ноль сопряженного по Гильберту процесса  $y(t)$ . Реализации сопряженных процессов можно получить на выходах широкополосного фазорасщепителя со сдвигом фаз на  $90^\circ$ .

Моменты времени, в которые берутся отсчеты, разделены интервалами  $\Delta\tau_{ik}$ , где

$$\Delta\tau_{ik} = t_i - t_k = \frac{|j - k|\pi + [\varphi(t_i) - \varphi(t_k)]}{\omega_0}.$$

На основании [2] дисперсия интервалов  $\Delta\tau_{ik}$  равна

$$D(\Delta\tau_{ik}) = \frac{2}{\omega_0^2} \left( B_\varphi(0) - B_\varphi\left[\left|i - k\right|\frac{\pi}{\omega_0}\right] \right), \quad (6)$$

где  $B_\varphi\left[\left|i - k\right|\frac{\pi}{\omega_0}\right]$  – значение корреляционной функции фазы при сдвиге  $|i - k| \pi/\omega_0$ ;

$$B_\varphi(0) = \frac{\pi^2}{3} - \text{величина дисперсии фазы [1].}$$

Из уравнения (6) следует, что для нахождения  $D(\Delta\tau_{ik})$  необходимо определить корреляционную функцию  $B_\varphi(\tau)$  при фиксированных значениях аргумента

$$\tau = p \frac{\pi}{\omega_0}, \quad p = 0, 1, \dots, (k-2), (k-1), k. \quad (7)$$

Выражение для  $B_\varphi(\tau)$  может быть получено в виде степенного ряда по  $r_0(\tau)$  [1]

$$B_{\varphi}(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma^2\left(n + \frac{m}{2}\right)}{n!(n+m)!} r_0^{m+2n} = \frac{\pi}{2} r_0(\tau) + \frac{\pi}{4} r_0^2(\tau) + \frac{\pi}{12} r_0^3(\tau) + \dots, \quad (8)$$

где  $\Gamma\left(n + \frac{m}{2}\right)$  –  $\gamma$ -функция;  $r_0(\tau)$  – огибающая нормированного коэффициента

корреляции случайного процесса  $\{x(t)\}$ ;  $r_0^2(\tau) = r_c^2(\tau) + r_s^2(\tau)$ .

Причем

$$r_c(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos(\omega - \omega_0) \tau d\omega \left( \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega \right)^{-1};$$

$$r_s(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(\omega) \sin(\omega - \omega_0) \tau d\omega \left( \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega \right)^{-1},$$

где  $S_x(\omega)$  – энергетический спектр случайного процесса  $\{x(t)\}$ .

При прямоугольном энергетическом спектре с шириной полосы  $\Delta\omega$

$$S_x(\omega) = \begin{cases} S_0 & \text{при } |\omega - \omega_0| \leq \frac{\Delta\omega}{2}; \\ 0 & \text{при } |\omega - \omega_0| > \frac{\Delta\omega}{2} \end{cases}$$

$r_0(\tau)$  определяется выражением

$$r_0(\tau) = \sin\left(\tau \frac{\Delta\omega}{2}\right) \left(\frac{\tau \Delta\omega}{2}\right)^{-1}.$$

Если спектральная плотность случайного процесса аппроксимируется гауссоидой

$$S_x(\omega) = S_0 \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}\right),$$

где  $\beta = \frac{\Delta\omega}{\sqrt{\pi}}$ ,

то выражение для  $r_0(\tau)$  имеет вид

$$r_0(\tau) = \exp\left(-\frac{\beta^2 \tau^2}{4}\right).$$

Обозначим относительную ширину энергетического спектра  $\Delta\omega/\omega_0 = \alpha$ , тогда интересные значения  $r_0(\tau)$  получим в виде:

для прямоугольного энергетического спектра

$$r_0(\tau) = r_0 \left( p \frac{\pi}{\omega_0} \right) - \sin \left( p \frac{\pi \alpha}{2} \right) \left( p \frac{\pi \alpha}{2} \right)^{-1}; \quad (9)$$

для гауссова спектра

$$r_0(\tau) = r_0 \left( p \frac{\pi}{\omega_0} \right) = \exp \left( - \frac{\pi}{4} (p \alpha)^2 \right). \quad (10)$$

Коэффициент  $p$  определяется как

$$\tau = p \frac{\pi}{\omega_0}, \quad p = 0, 1, \dots, (k-2), (k-1), k.$$

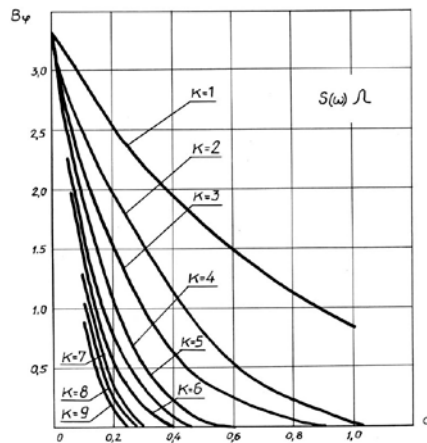


Рис. 2 – Зависимость корреляционной функции фазы от относительной ширины полосы гауссова энергетического спектра при различных сдвигах между сечениями

Из выражений (6) и (8) видно, что корреляционная функция случайной фазы, а, следовательно, и дисперсия длительностей интервалов между нулями при значениях аргумента, определяемых уравнениями (7), для каждого из рассмотренных видов энергетических спектров являются функциями только относительной ширины полосы энергетического спектра и не зависят от средней частоты  $\omega_0$ .

Для удобства обозначим  $i - k = n$ , тогда математическое ожидание интервалов между отсчетами равно

$$\mu(\Delta\tau_{ik}) = n \frac{\pi}{\omega_0}.$$

Нормированный коэффициент корреляции отсчетов огибающей, разделенных интервалами  $\Delta\tau_{ik}$ , получим в виде

$$\bar{r}_E(\Delta\tau_{ik}) = \int_{\Delta\tau_{ik}} W(\Delta\tau_{ik}) r_E(\Delta\tau_{ik}) d\Delta\tau_{ik}, \quad (11)$$

где  $W(\Delta\tau_{ik})$  – плотность распределения вероятностей случайной величины  $\Delta\tau_{ik}$ .

Разложим функцию  $r_E(\Delta\tau_{ik})$  в ряд Тейлора в районе точки  $|i - k|\pi/\omega_0$ , ограничиваясь первыми тремя членами разложения

$$r_E(\Delta\tau_{ik}) = r_E(|i - k|\pi/\omega_0) + r'_E(|i - k|\pi/\omega_0)\Delta\dot{\tau}_{ik} + \frac{1}{2} r''_E(|i - k|\pi/\omega_0)\Delta\dot{\tau}_{ik}^2 + \dots, \quad (12)$$

где  $\Delta\dot{\tau}_{ik} = \Delta\tau_{ik} - \mu(\Delta\tau_{ik})$ .

Подставив выражение (12) в (11), получим:

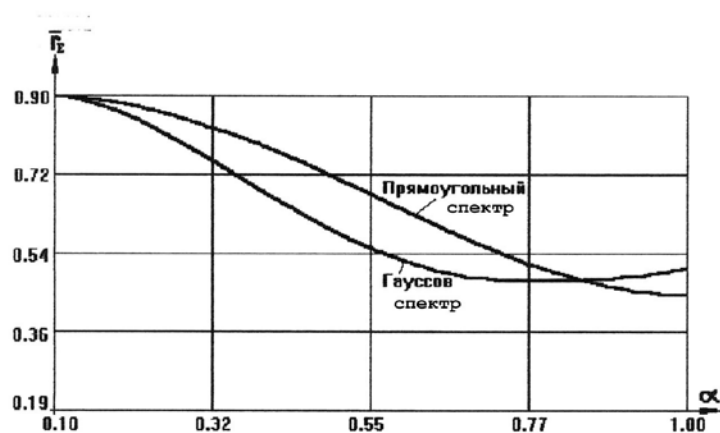
$$\bar{r}_E(\Delta\tau_{ik}) = r_E(|i - k|\pi/\omega_0) + \frac{1}{2} r''_E(|i - k|\pi/\omega_0) D(\Delta\tau_{ik}), \quad (13)$$

На основании (4)  $r''_E(|i - k|\pi/\omega_0)$  будет иметь вид

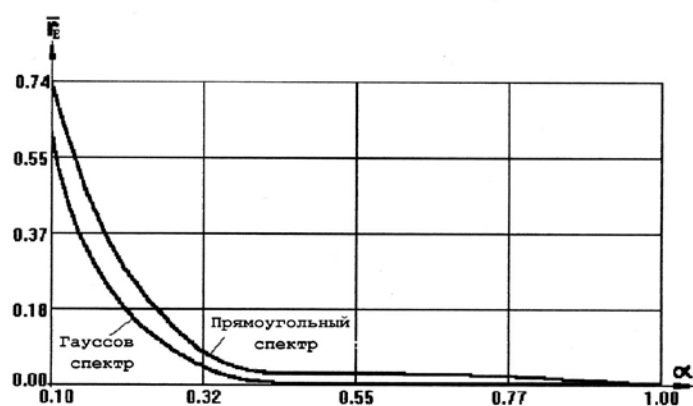
$$r''_E(|i - k|\pi/\omega_0) = \frac{\pi}{2(4 - \pi)} \left[ r_0^2(|i - k|\pi/\omega_0) + r_0(|i - k|\pi/\omega_0) r''_0(|i - k|\pi/\omega_0) \right] \quad (14)$$

Подставив выражения (6) и (8) в равенство (13), получим нормированные АКФ огибающей узкополосного случайного процесса для прямоугольного и гауссового энергетических спектров, выраженные через относительную ширину полосы энергетического спектра процесса  $\alpha$  и количество интервалов между отсчетами АКФ огибающей  $n$ .

На основании (13) с учетом (4)–(6) и (9)–(10) можно сделать вывод, что значения нормированных коэффициентов корреляция отсчетов узкополосного нормального случайного процесса, взятых с помощью сопряженного по Гильберту процесса, зависят от относительной ширины полосы энергетического спектра процесса  $\alpha$  и количества интервалов между нулями, разделяющих эти отсчеты  $n$ , а также от вида энергетического спектра, и не зависят от средней частоты энергетического спектра входного процесса.



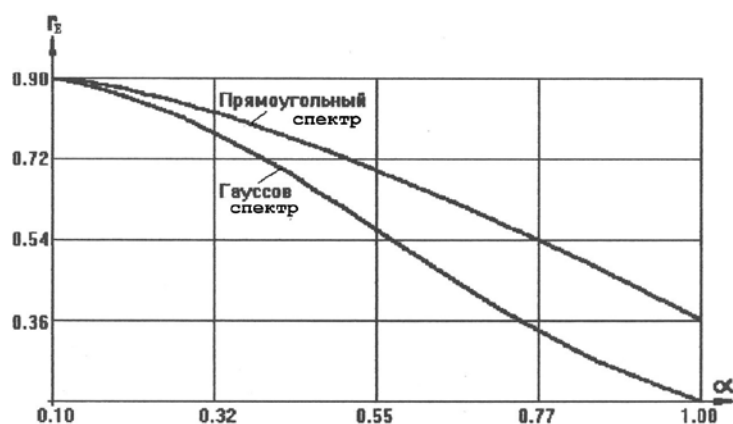
а



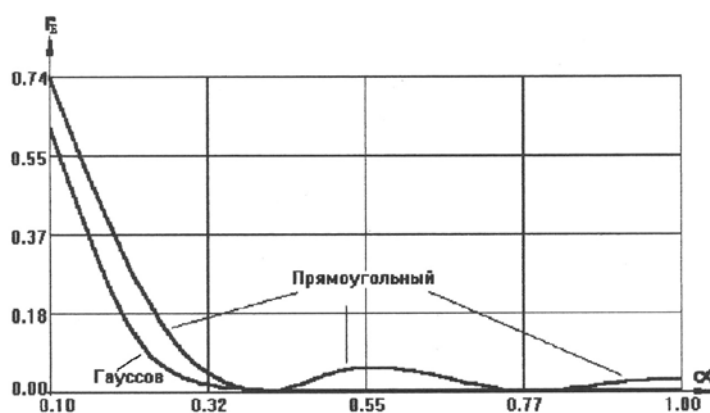
б

Рис. 3. Зависимости коэффициентов корреляции отсчетов огибающей, взятых с помощью сопряженного по Гильберту процесса от относительной ширины полосы энергетического спектра процесса  $\alpha$  при сдвигах  $n$  между отсчетами а-  $n=1$ , б-  $n=5$

На рис. 3 приведены зависимости коэффициентов корреляции отсчетов огибающей, взятых с помощью сопряженного по Гильберту процесса от относительной ширины полосы энергетического спектра процесса  $\alpha$  и значениях сдвига  $n$ , равных одному на рис. 3,а и пяти интервалам – на рис. 3,б между нулями для гауссова и прямоугольного спектров.



а



б

Рис. 4. Зависимости АКФ огибающей от относительной ширины полосы энергетического спектра процесса  $\alpha$  при сдвигах  $n$  между отсчетами а-  $n=1,6$ -  $n=5$

На рис. 4 приведены зависимости отсчетов АКФ огибающей от относительной ширины полосы энергетического спектра процесса  $\alpha$  и значениях сдвига  $n$ , равных одному на рис. 4,а и пяти интервалам на рис. 4,б между нулями для гауссова и прямоугольного спектров.

Анализ данных графиков показывает, что до значений  $\alpha$ , равных 0,7–0,8, коэффициенты корреляции отсчетов, взятых по предложенной методике, практически совпадают со значениями отсчетов АКФ огибающей. Таким образом, отсчеты огибающей, выделенные с помощью сопряженного по Гильберту процесса, могут быть использованы в качестве информативных параметров, инвариантных к средней частоте сигналов с относительной шириной полосы до значений  $\alpha$ , равных 0,7–0,8.

Предложенный способ обработки огибающих позволяет автоматически следить за средней частотой энергетических спектров входных реализаций и реализовать

обработку сигналов в реальном масштабе времени, что важно для АИС. При цифровой обработке сигналов сопряженный по Гильберту процесс может быть получен при помощи дискретного преобразования Гильберта. Однако, для существенного упрощения цифровой части тракта обработки сигнала, без применения дискретизатора реализаций сигнала на входе, возможно применение в аналоговом тракте широкополосного фазорасщепителя [4], который преобразует входную реализацию в два процесса, модули спектров которых равны, а фазы на всех частотах сдвинуты на 90 град.. То есть на выходе фазорасщепителя получают два процесса, сопряженных по Гильберту.

На рис. 5 приведена структурная схема тракта обработки сигнала с фазорасщепителем на входе.

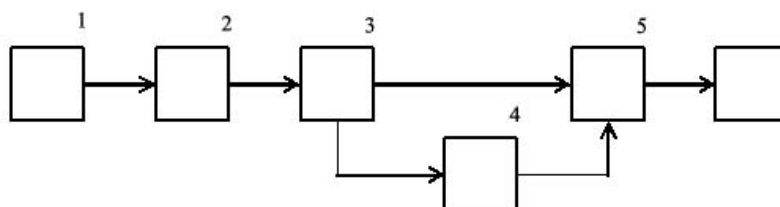


Рисунок 5 – Структурная схема тракта обработки огибающей входной реализации с фазорасщепителем на входе:

- 1-приемное устройство; 2- фильтр; 3- широкополосный фазорасщепитель;  
4- компаратор; 5- ключ; 6- тракт принятия решения.

В схеме рис. 5 на вход тракта принятия решения поступают отсчеты огибающей, взятые при помощи сопряженного по Гильберту процесса. При этом осуществляется автоматическое слежение за частотой взятия отсчетов в соответствии с изменяющейся средней частотой энергетического спектра входной реализации. Для узкополосных сигналов отсчеты можно брать с шагом, равным нескольким интервалам между нулями сопряженного процесса. При этом отпадает необходимость в дискретизации входной реализации с высокой частотой при неизвестной и изменяющейся средней частоте энергетического спектра.

## Заключение

В статье обоснована возможность получения отсчетов огибающих входных реализаций с помощью сопряженного по Гильберту процесса, которые могут быть использованы в качестве информативных параметров сигналов для их обнаружения и распознавания. При этом осуществляется автоматическое слежение за частотой взятия отсчетов в соответствии с изменяющейся средней частотой энергетического спектра входной реализации. Показана возможность применения метода для входных реализаций с относительной шириной полосы энергетического спектра до значений, равных 0,7–0,8.

## Литература

1. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники: в 3-х кн. – М.: Сов. радио, 1974. – Кн. 1. – 552 с.
2. *Хохлов В.К.* Обнаружение, распознавание и пеленгация объектов в ближней локации. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 336 с.:ил.
3. Хохлов В.К., Гулин Ю.Ю. Выбор информативных признаков в автономных информационных системах с нейросетевыми трактами обработки сигналов Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». – 2003. – № 3. – с. 70-83.
4. Авраменко А.А., Галямичев Ю.П., Ланнэ А.А. Электрические линии задержки и фазовращатели. – М.: Связь. 1973.

## **Real-time waveform envelope processing in autonomous information systems**

**77-30569/342346**

**# 03, March 2012**

**Hohlov V.K.**

Bauman Moscow State Technical University

[valerykhokhlov@mail.ru](mailto:valerykhokhlov@mail.ru)

[khokhlov2010@yandex.ru](mailto:khokhlov2010@yandex.ru)

The article describes the possibility of obtaining waveform envelope readings of input implementations using the Hilbert conjugated process which can be used as informative parameters of the signals that are invariant to the energy spectrum medium frequency with a relative width of the band to 0.7-0.8. In this case automatic tracking of the sample rate is performed according to the changing medium frequency of the input implementation energy spectrum.

---

**Publications with keywords:** [waveform envelope](#), [Hilbert transform](#), [average frequency](#), [relative width of the band](#), [energy spectrum](#)

**Publications with words:** [waveform envelope](#), [Hilbert transform](#), [average frequency](#), [relative width of the band](#), [energy spectrum](#)

---

### References

1. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki* [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. Moscow, Sov. radio Publ., 1974, book 1. 552 p.
2. Khokhlov V.K. *Obnaruzhenie, raspoznavanie i pelengatsiia ob"ektov v blizhnei lokatsii* [Detection, identification and direction finding of objects in the nearest location]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2005. 336 p.
3. Khokhlov V.K., Gulin Iu.Iu. Vybór informativnykh priznakov v avtonomnykh informatsionnykh sistemakh s neirosetevymi traktami obrabotki signalov [Selecting informative features in the autonomous information systems with neural network signal processing paths]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Instrumentation], 2003, no. 3, pp. 70-83.
4. Avramenko A.A., Galiamichev Iu.P., Lanne A.A. *Elektricheskie linii zaderzhki i fazovrashchateli* [Electrical delay lines and phase shifters]. Moscow, Sviaz' Publ., 1973. 111 p.