электронное научно-техническое издание
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС 77 - 30569. Государственная регистрация №0421100025. ISSN 1994-0408

Поперечная миграция частиц в пограничном слое на плоской пластине

77-30569/318597

02, февраль 2012

Рыбдылова О. Д.

УДК 532.529.5

НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова
МГТУ им. Н.Э. Баумана
orybdylova@imec.msu.ru

ВВЕДЕНИЕ

Первые работы по исследованию поперечной миграции частиц в сдвиговых потоках были связаны с изучением движения крови в каналах. В 1836 году Пуазейль опубликовал работу, основанную на многочисленных экспериментах течения крови в каналах, в которой впервые было показано, что вблизи стенок каналов формируется область, свободная от частиц [1]. В последующих исследованиях обращено внимание на неоднородное распределение эритроцитов в течении крови в сосудах (например, [2, 3]). В [4] экспериментально исследовалось движение нейтрально плавучих частиц (плотность вещества частиц совпадает с плотностью несущей фазы) в течении Пуазейля в трубе при низких значениях чисел Рейнольдса основного течения. Было получено, что частицы в таком течении собираются в равновесном положении на расстоянии 0.6 радиуса трубы от оси симметрии. Этот эффект был назван авторами “Пинч” (“pinch”)-эффект – частицы суспензии медленно мигрируют поперек основного потока и ниже по течению собираются в узкое кольцо, коаксиальное трубе. Далее последовала целая серия работ, в которых изучалось возникновение поперечной силы, действующей на сферу в сдвиговом потоке, в различных ситуациях. В [5] исследовалась поперечная миграция частиц в отсутствие их вращения, в [6-8] изучалось влияние отношения плотностей вещества частиц и несущей фазы, а также отношения радиуса частиц к радиусу трубы на положение частиц в вертикальном канале. В [9] рассмотрено влияние вращения на положение нейтрально плавучих частиц в каналах круглого и квадратного сечения. В перечисленных работах, помимо повторения эффекта, полученного Сегрэ и Зильбербергом [4], было получено, что радиус кольца частиц уменьшается, если скорость частиц меньше скорости основного потока и наоборот – частицы собираются ближе к стенкам трубы, если их скорость выше скорости несущей фазы. В [10] исследовалась поперечная миграция частиц в течении суспензий в круглой трубе при различных значениях объемной доли частиц. Было показано, что область накопления частиц меняется в зависимости от объемной доли примеси и числа Рейнольдса, посчитанного по радиусу частиц и средней скорости потока. Частицы могут собираться в кольцо, на оси трубы, либо профиль концентрации может иметь два локальных максимума – на оси симметрии и на некотором расстоянии от стенки. В [11] изучается трансформация кольца частиц, полученного в оригинальном опыте Сегрэ-Зильберберга, в зависимости от числа Рейнольдса основного течения. С увеличением числа Рейнольдса диаметр и ширина этого кольца увеличиваются. Эффект накопления частиц на определенном расстоянии от стенок канала предлагается использовать для фильтрации клеток, в проточной цитометрии (см., например, [12, 13]), при создании так называемой «лаборатории на чипе» – миниатюрного устройства, позволяющего проводить один или несколько лабораторных процессов на одном чипе.

Первые теоретические исследования возникновения силы, поперечной основному потоку, относятся к 60-м годам прошлого века. В [14] было предложено выражение для поперечной силы, возникающей для закрученной сферы в однородном потоке (сила Магнуса). В [15] было показано, что при полном пренебрежении инерционными эффектами, поперечная сила, действующая на сферу в сдвиговом потоке, не возникает. Впервые выражение для подъемной силы, действующей на сферу в неоднородном потоке, было получено Сэфманом [16], который решил задачу об обтекании сферы плоскопараллельным сдвиговым потоком при малых, но конечных числах Рейнольдса. Было показано, что в сдвиговом потоке сила Сэфмана может заметно превосходить силу Магнуса. Ряд работ [16–24] посвящен исследованию поперечной силы, действующей на сферу при конечных значениях чисел Рейнольдса обтекания частиц, и анализу влияния стенки на значение подъемной силы при малых числах Рейнольдса обтекания частиц. Впервые сила Сэфмана была включена в постановку задачи о течении запыленного газа в пограничном слое в работах [25, 26]. В сдвиговых потоках у стенки частицы могут оседать на начальном участке течения, а также накапливаться на определенном расстоянии от стенки [27, 28]. В [27] были получены предельные профили концентрации частиц. В [29] показана возможность формирования зон накопления частиц на границе пограничного слоя за ударной волной, движущейся с постоянной скоростью по запыленному газу или вдоль эродирующего слоя дисперсного осадка. В [30] теоретически и экспериментально продемонстрирован эффект фокусировки субмикронных аэрозольных частиц, движущихся в слабо сужающемся микрокапилляре диаметром порядка 10^{-4} м со скоростью порядка 100 м/с. В [31] исследуется поведение инерционных частиц за ударной волной, движущейся в узком канале постоянного сечения, и найден режим, соответствующий фокусировке частиц на оси канала.

В настоящей работе рассматриваются две модели течений дисперсных сред в пограничном слое на плоской пластине в поле силы тяжести. Исследуется поперечная миграция частиц, результаты численного моделирования сравниваются с известными экспериментальными данными [32, 33]. В [32] было экспериментально изучено распределение частиц в течении жидкости с примесью твердых частиц вдоль горизонтальной пластины. В [33] получены профили концентрации частиц в течении запыленного газа вдоль вертикально расположенной пластины. Обе экспериментальные работы показывают, что вблизи стенки концентрация частиц уменьшается. Во второй работе отношение плотностей несущей фазы и вещества частиц много меньше единицы. В таком случае движение частиц определяется силой аэродинамического сопротивления и силой Сэфмана, постановка задачи аналогична той, которая рассматривалась в [27]. В [32] рассматривается течение суспензии, в которой плотности жидкой и твердой фаз близки. Для этой задачи о течении суспензии в пограничном слое предложена модель, в которой в межфазном обмене импульсом также учитываются силы Архимеда, присоединенных масс и Бассэ-Буссинеска.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается плоская задача о течении газа (жидкости) с примесью твердых частиц в пограничном слое на плоской стенке. Задача решается в рамках модели взаимопроникающих континуумов [34]. Несущая фаза – несжимаемая жидкость плотности ρ и вязкости μ. Дисперсные включения – одинаковые сферические частицы радиуса σ, массы m, ρ_{sm} – плотность вещества частиц; тензор напряжений в среде частиц отсутствует. Влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается. В межфазном обмене импульсом учитываются сила аэродинамического сопротивления, подъемная сила, сила Архимеда, сила присоединенных масс и сила Бассэ-Буссинеска.

Вводится декартова система координат, ось x направлена вдоль стенки, начало координат находится на передней кромке пластины. Система уравнений для обеих фаз имеет вид (здесь и далее нижние индексы s относятся к параметрам дисперсной фазы, звездочкой обозначены размерные величины, которые в последующем следует отличать от аналогичных безразмерных величин):

$$\operatorname{div}\mathbf{v}^* = 0, \quad \operatorname{div}\rho_s\mathbf{v}_s^* = 0,$$

$$\left(\mathbf{v}^*\cdot\nabla\right)\mathbf{v}^* = -\frac{1}{\rho}\nabla p^* + \frac{\mu}{\rho}\Delta\mathbf{v}^*$$

$$m\left(\mathbf{v}_s^*\cdot\nabla\right)\mathbf{v}_s^* = \mathbf{f}_s$$

Выражение для силы $\mathbf{f}_s$, действующей на одну частицу, имеет вид [35]:

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{f}_{st} + \mathbf{f}_{saf} + \mathbf{f}_{arc} + \mathbf{f}_{vm} + \mathbf{f}_{BB} + m\mathbf{g} \tag{1}$$

$$\mathbf{f}_{st} = 6\pi\sigma\mu\left(\mathbf{v}^* - \mathbf{v}_s^*\right)\cdot\left(1 + \frac{1}{6}\mathrm{Re}_s^{\,2/3}\right)$$

$$\mathbf{f}_{saf} = 6.46\sigma^2\sqrt{\mu\rho\left|\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|}(u^* - u_s^*)\mathbf{j}\Psi_{saf}$$

$$\mathbf{f}_{arc} = \frac{4}{3}\pi\sigma^3\rho\left(\frac{D\mathbf{v}^*}{Dt} - \mathbf{g}\right), \quad \mathbf{f}_{vm} = \frac{2}{3}\pi\sigma^3\rho\left(\frac{d\mathbf{v}^*}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_s^*}{dt}\right),$$

$$\mathbf{f}_{BB} = 6\sigma^2\sqrt{\pi\rho\mu}\int_0^t\left(\frac{d\mathbf{v}^*}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_s^*}{dt}\right)\Bigg|_{t=t_1}\frac{dt_1}{\sqrt{t-t_1}},$$

$$\begin{aligned}\Psi_{\mathrm{saf}} = 0.4687\left(1-\exp\left(-0.1\mathrm{Re}_s\right)\right)\sqrt{\mathrm{Re}_g/\mathrm{Re}_s} \,+ \\ +\exp\left(-0.1\mathrm{Re}_s\right)\end{aligned} \qquad \mathrm{Re}_s < 40$$

$$\Psi_{\mathrm{saf}} = 0.0741\mathrm{Re}_g^{1/2}, \quad \mathrm{Re}_s > 40$$

$$\mathrm{Re}_s = \frac{2\sigma\rho\left|\mathbf{v}^* - \mathbf{v}_s^*\right|}{\mu}, \quad \mathrm{Re}_g = \frac{4\sigma^2\rho}{\mu}\left|\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|$$

Здесь d/dt и D/Dt обозначают, соответственно, субстанциональные производные вдоль траекторий твердой частицы и частицы несущей фазы; $\mathbf{g}$ – ускорение свободного падения. $\mathbf{f}_{st}$, $\mathbf{f}_{saf}$, $\mathbf{f}_{arc}$, $\mathbf{f}_{vm}$, $\mathbf{f}_{BB}$ – сила аэродинамического сопротивления, подъемная сила, сила Архимеда, сила присоединенных масс и сила Бассэ-Буссинеска. Выражения для силы аэродинамического сопротивления и подъемной силы взяты в формах, предложенных в работах [36, 37], учитывающих конечные значения чисел Рейнольдса обтекания частиц.

Параметры задачи приведем к безразмерному виду следующим образом (звездочкой обозначены размерные величины):

$$x=\frac{x^*}{L},\ y=\frac{y^*}{L}\sqrt{\mathrm{Re}},\ u=\frac{u^*}{U_0},\ v=\frac{v^*}{U_0}\sqrt{\mathrm{Re}},$$

$$u_s=\frac{u_s^*}{U_0},\ v_s=\frac{v_s^*}{U_0}\sqrt{\mathrm{Re}},\ n_s=\frac{n_s^*}{n_{s0}},$$

где L – характерная длина задачи, U_0 – скорость набегающего потока.

Так как влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается, поля параметров несущей фазы находятся из решения задачи Блазиуса для чистого газа. Параметры дисперсной фазы находятся с помощью лагранжева подхода [39]:

$$\frac{dx}{dt}=u_s,\ \frac{dy}{dt}=v_s,\ \frac{du_s}{dt}=f_{sx},\ \frac{dv_s}{dt}=f_{sy}$$

Здесь t – безразмерное время движения частицы вдоль траектории (масштаб при обезразмеривании времени L/U_0), f_{sx}, f_{sy} – продольная и поперечная компоненты сил, действующих на единицу массы частицы. Начальные условия:

$$x=x_0,\ y=y_0,\ u_s=u_{s0},\ v_s=0,\ n_s=1 \tag{2}$$

Полный лагранжев подход позволяет вычислять все параметры частиц, включая концентрацию, вдоль выбранных траекторий, что делает возможным исследовать течения с множественными пересечениями траекторий частиц и локальными зонами накопления дисперсной фазы. В случае течения суспензии, когда траектории частиц не пересекаются, концентрация определяется с помощью трубок тока дисперсной фазы. Взаимодействие частиц со стенкой не рассматривается.

Движение частиц определяется следующими безразмерными параметрами (выражение в скобках для случая, когда сила тяжести направлена вдоль стенки):

$$\alpha=\frac{\rho}{\rho_{sm}},\ \beta=\frac{L}{l_\tau},\ \mathrm{Re}_{2\sigma}=\frac{2\rho\sigma U_0}{\mu},\ \omega=\frac{\sqrt{\mathrm{Re}}}{\mathrm{Fr}^2}=\sqrt{\mathrm{Re}}\,\frac{gL}{U_0^2}\ \left(\frac{gL}{U_0^2}\right)$$

Параметр при подъемной силе выражается через основные следующим образом:

$$\zeta=0.0832\,\mathrm{Re}_{s0}^{3/2}\left(\frac{\rho}{\rho_{sm}}\right)^{-1/4}\beta^{5/4}$$

Выражения для текущих чисел Рейнольдса обтекания частиц таковы:

$$\mathrm{Re}_s=\mathrm{Re}_{s0}\left|u-u_s\right|,\quad \mathrm{Re}_g=\mathrm{Re}_{s0}\sqrt{18\frac{\alpha}{\beta}\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|}$$

ТЕЧЕНИЕ СУСПЕНЗИИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ

В [32] рассматривается течение смеси «вода – твердые частицы» вдоль пластины длиной 244 см. Скорость набегающего потока – 40-50 см/с. Плотность вещества частиц – 1-2 г/см^3, диаметр частиц – 100 мкм. Сечения, при которых проводились измерения: $x_1^* = 2.5$ см, $x_2^* = 5$ см, $x_3^* = 7.5$ см. В таблице приведены значения безразмерных определяющих параметров при $U_0 = 50$ см/с, $\mathrm{Re}_{s0} = 100$, $\omega = 1{,}05 \cdot 10^5$.

α	β	ζ
1	2200	$1.2 \cdot 10^6$
0.91	2000	$1.1 \cdot 10^6$
0.77	1700	$1.2 \cdot 10^6$

В данной задаче различие между субстанциональными производными вдоль траекторий твердой частицы и частицы несущей фазы несущественно в силу того, что числа Рейнольдса обтекания частиц, посчитанные по относительной скорости, малы, и параметр инерционности β велик. Поэтому уравнения движения частиц можно упростить и переписать в виде:

$$\frac{dx}{dt} = u_s, \frac{dy}{dt} = v_s, \tag{3}$$

$$\frac{du_s}{dt} = \frac{2}{2+\alpha}\beta(u-u_s)\left(1+\frac{1}{6}\mathrm{Re}_{s0}{}^{2/3}\left|u-u_s\right|^{2/3}\right) + \frac{3\alpha}{2+\alpha}\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right) +$$
$$+\sqrt{\frac{9}{2\pi}}\frac{2}{2+\alpha}\sqrt{\beta\alpha}\int_0^t\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{du_s}{dt}\right)\Bigg|_{t=t_1}\frac{dt_1}{\sqrt{t-t_1}},$$

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{2}{2+\alpha}\left[\beta(v-v_s)\left(1+\frac{1}{6}\mathrm{Re}_{s0}{}^{2/3}\left|u-u_s\right|^{2/3}\right)+\zeta(u-u_s)\sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}}\Psi_{saf}\right] - \frac{2}{2+\alpha}(1-\alpha)\omega +$$
$$+\frac{3\alpha}{2+\alpha}\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\sqrt{\frac{9}{2\pi}}\frac{2}{2+\alpha}\sqrt{\beta\alpha}\int_0^t\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{dv_s}{dt}\right)\Bigg|_{t=t_1}\frac{dt_1}{\sqrt{t-t_1}}$$

Концентрация частиц определяется из условия сохранения потока дисперсной фазы в трубке тока. Для двумерного случая, это условие принимает вид:

$$n_{s0}u_{s0}\Delta y_0 = n_s u_s \Delta y \tag{4}$$

Данная система интегро-дифференциальных уравнений с начальными условиями (2) решалась численно. Несобственный интеграл разбивается на две части – с особенностью и без нее. В первой части интегрирование ведется от 0 до $t - \varepsilon$, во второй – в ε-окрестности точки t. Данный алгоритм вычисления наследственной силы Бассе-Буссинеска был предложен и апробирован в работе [38]. Концентрация вычисляется с помощью трубок тока дисперсной фазы (4), с использованием интерполяции параметров частиц полиномами второго порядка.

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 1-4. В расчетах было положено: U_0 = 50 см/с, $\mathrm{Re}_{s0} = 100$, $\omega = 1{,}05 \cdot 10^5$, $\alpha = 0.77$, $x_1 = 0.01$ (2.5 см), $x_2 = 0.02$ (5 см), $x_3 = 0.03$ (7.5 см), $u_{s0} = 1$. На рис. 1 приведены траектории движения частиц. На рис. 2, 3 показано развитей профилей продольной и поперечной компонент скорости дисперсной фазы (пунктирной линией обозначены профили соответствующих компонент скорости несущей фазы) в зависимости от автомодельной переменной Блазиуса $y/x^{1/2}$. В силу того, что частицы малоинерционны (параметр β принимает большие значения), продольная компонента скорости частиц в рассматриваемых сечениях принимает значения близкие к значениям продольной скорости несущей фазы. На начальном участке движение частиц определяется действием подъемной силы, частицы сначала движутся от стенки, далее они меняют направление движения и под действием силы тяжести осаждаются на стенку. На рис. 4 показаны рассчитанные профили концентрации дисперсной фазы, приведено сравнение результатов численного моделирования (сплошные линии) и эксперимента (точки). Как и в эксперименте, концентрация убывает в направлении стенки.

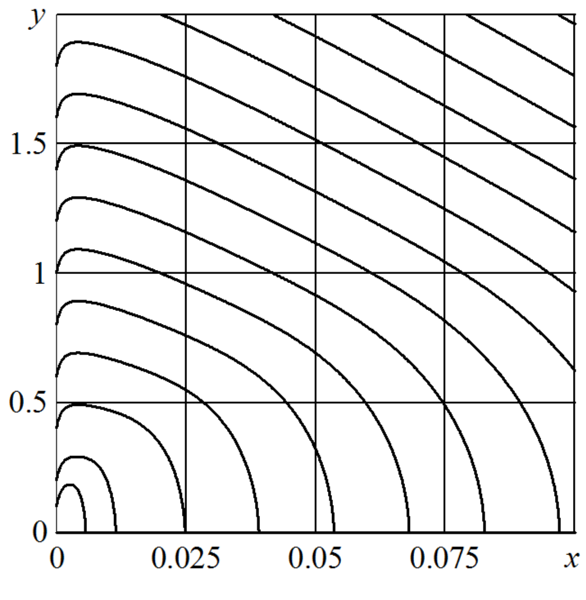

Рис. 1. Траектории частиц диаметра 100 мкм при $\mathrm{Re}_{s0} = 100$, $\omega = 1{,}05 \cdot 10^5$, $\alpha = 0.77$.

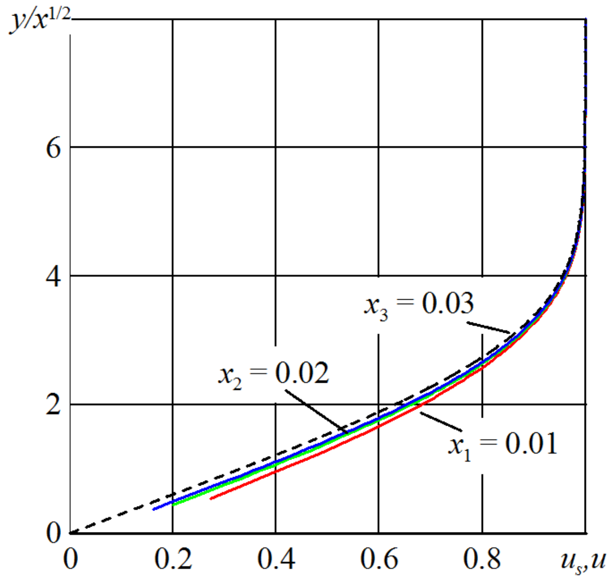

Рис. 2. Профили продольной компоненты скорости частиц диаметра 100 мкм в сечениях x_1, x_2, x_3, пунктирная линия – профиль продольной компоненты скорости несущей фазы.

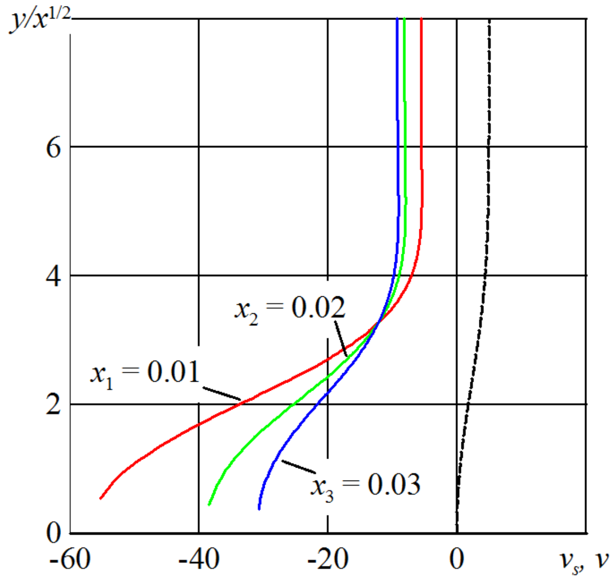

Рис. 3. Профили поперечной компоненты скорости частиц диаметра 100 мкм в сечениях x_1, x_2, x_3, пунктирная линия – профиль поперечной компоненты скорости несущей фазы.

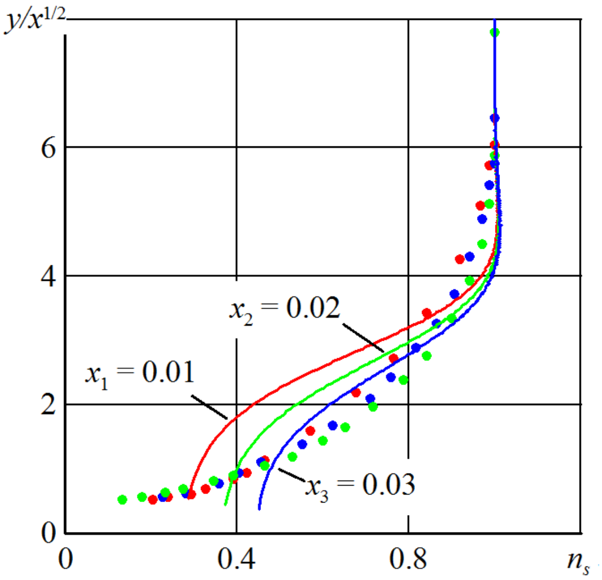

Рис. 4. Профили концентрации частиц диаметра 100 мкм в сечениях x_1, x_2, x_3, точками обозначены результаты эксперимента [28] в тех же сечениях.

ТЕЧЕНИЕ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ У ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

В [33] экспериментально исследовано течение запыленного газа вдоль вертикальной пластины. Несущая фаза – воздух, включения – твердые сферические частицы плотности 3.95 г/см^3, радиус частиц 32 мкм, отклонение от данного размера частиц может достигать 30 %. Длина пластины – 50 см, скорость набегающего потока – 150 см/с. Сечения, в которых проводились измерения: $x_1^* = 5$ см, $x_2^* = 10$ см, $x_3^* = 17$ см. При таких параметрах эксперимента можно положить $\beta = 1$. Так как отношение плотностей воздуха и вещества частиц много меньше единицы, вместо α включим в набор определяющих параметров параметр при подъемной силе ζ. Безразмерные параметры принимают значения: $\mathrm{Re}_{s0} = 3.36$; $\omega = 0.0855$, $\zeta = 3.88$. Так как отношение плотностей газа и вещества частиц много меньше единицы, действием сил Архимеда, присоединенных масс и Бассэ-Буссинеска можно пренебречь (см. соответствующие коэффициенты в системе уравнений (3)). В таком случае уравнения движения части существенно упрощаются:

$$\frac{dx}{dt} = u_s, \ \frac{dy}{dt} = v_s, \tag{5}$$

$$\frac{du_s}{dt} = (u - u_s)\left(1 + \frac{1}{6}\mathrm{Re}_{s0}^{2/3}|u - u_s|^{2/3}\right) + \omega,$$

$$\frac{dv_s}{dt} = (v - v_s)\left(1 + \frac{1}{6}\mathrm{Re}_{s0}^{2/3}|u - u_s|^{2/3}\right) + \zeta(u - u_s)\sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}}\Psi_{saf}$$

Концентрация частиц определяется с помощью полного лагранжева подхода [39], использующего лагранжеву форму уравнения неразрывности дисперсной фазы:

$$n_{s0}(y_0)u_{s0} = n_s(t, y_0)|J| \tag{6}$$

$$J = u_s \frac{\partial y(t, y_0)}{\partial y_0} - v_s \frac{\partial x(t, y_0)}{\partial y_0}$$

$$e_1 = \frac{\partial x_s}{\partial y_0}, e_2 = \frac{\partial y_s}{\partial y_0}, e_3 = \frac{\partial u_s}{\partial y_0}, e_4 = \frac{\partial v_s}{\partial y_0}$$

$$\frac{de_1}{dt} = e_3, \frac{de_2}{dt} = e_4,$$

$$\frac{de_3}{dt} = \left(\frac{\partial u}{\partial x}e_1 + \frac{\partial u}{\partial y}e_2 - e_3\right)\left(1 + \frac{5}{18}\mathrm{Re}_{s0}^{2/3}\left(u - u_s\right)^{2/3}\right),$$

$$\frac{de_4}{dt} = \left(\frac{\partial v}{\partial x}e_1 + \frac{\partial v}{\partial y}e_2 - e_4\right)\left(1 + \frac{1}{6}\mathrm{Re}_{s0}^{2/3}\left(u - u_s\right)^{2/3}\right) + \frac{1}{9}\mathrm{Re}_{s0}^{2/3}\frac{v - v_s}{\sqrt[3]{u - u_s}}\left(\frac{\partial u}{\partial x}e_1 + \frac{\partial u}{\partial y}e_2 - e_3\right) +$$

$$+\zeta\left(\frac{\partial u}{\partial x}e_1 + \frac{\partial u}{\partial y}e_2 - e_3\right)\sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}}\Psi_{saf} + \frac{1}{2}\zeta\left(u - u_s\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{-1/2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}e_1 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}e_2\right)\Psi_{saf} +$$

$$+\zeta\left(u - u_s\right)\sqrt{\frac{\partial u}{\partial y}}\frac{\partial \Psi_{saf}}{\partial y_0}$$

Первое уравнение – уравнение неразрывности в лагранжевых переменных, последние четыре – дополнительные уравнения для определения компонент якобиана, которые получаются дифференцированием системы уравнений (5) по параметру y_0. Начальные условия для этой системы – условия (1), дополненные начальными значениями для дополнительных переменных:

$$e_1 = 0, e_2 = 1, e_3 = 0, e_4 = 0 \tag{7}$$

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (5)-(6) с начальными условиями (1), (7) решалась численно методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности на выбранных траекториях частиц.

Некоторые результаты расчетов для профилей концентрации частиц приведены на рис. 5-8. В расчетах было положено $\mathrm{Re}_{s0} = 3.36$; $\omega = 0.0855$, $\zeta = 3.88$, $u_{s0} = 0.35$; профили построены в сечениях, соответствующих экспериментам $x_1 = 2.55$ (5 см), $x_2 = 5.1$ (10 см), $x_3 = 8.7$ (17 см). На рис. 5 приведены профили концентрации частиц, пунктирной линией показаны профили концентрации в тех же сечениях без учета действия боковой силы (здесь и далее для сравнения результатов численного моделирования и экспериментов концентрация частиц отнесена к ее значению вдали от стенки, приведены профили концентрации в зависимости от расстояния от стенки, отнесенного к толщине пограничного слоя). Под влиянием боковой силы, действующей на частицы в сдвиговом потоке, концентрация частиц при приближении к стенке убывает. Без учета подъемной силы поле концентрации частиц имеет особенность – неограниченно возрастает у стенки как и в [40]. На рис. 6 приведено сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных. Получено качественное совпадение. При приближении к стенке концентрация частиц убывает, на некотором расстоянии от стенки профиль концентрации имеет локальный максимум. В численных расчетах локальный максимум профиля концентрации на некотором расстоянии от стенки исчезает ниже по потоку. Различие в результатах может быть объяснено тем, что в эксперименте использовались полидисперсные частицы. На рис. 7 приведено сравнение профилей концентрации частиц диаметра 32 мкм и частиц, размер которых на 30 % больше (соответствующие профили обозначены пунктирной линией). Для них значение максимума в каждом сечении больше.

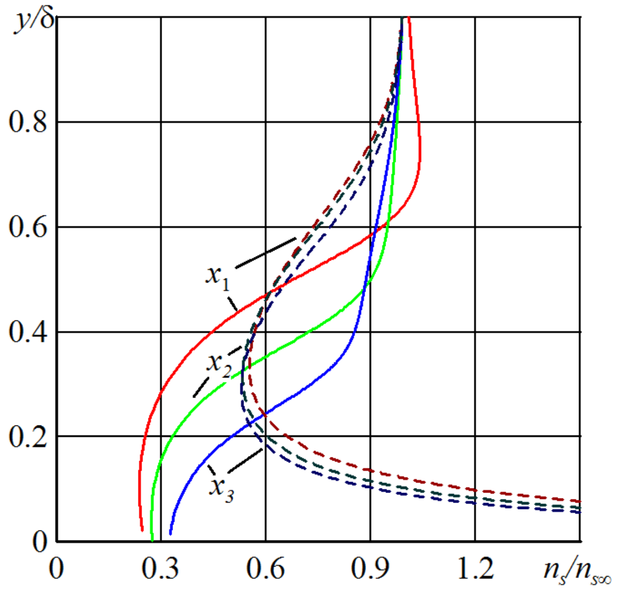

Рис. 5. Профили концентрации частиц диаметра 32 мкм в сечениях x_1, x_2, x_3, пунктирная линия – профили концентрации частиц без учета поперечной силы.

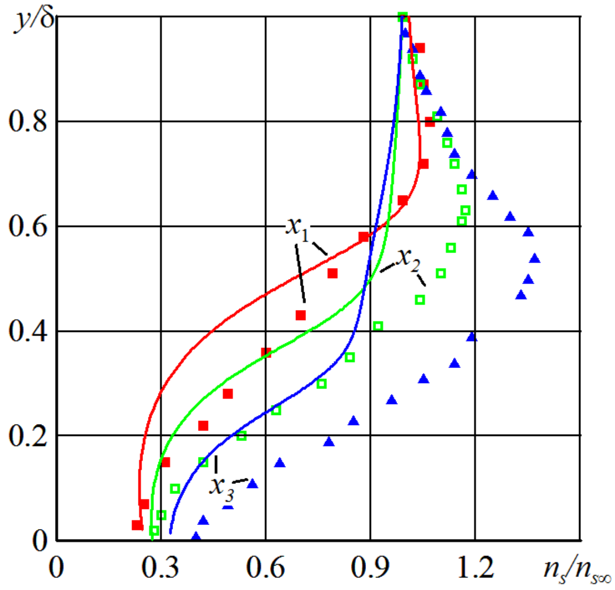

Рис. 6. Профили концентрации частиц 32 мкм в сечениях x_1, x_2, x_3, точками обозначены результаты эксперимента [29] в тех же сечениях.

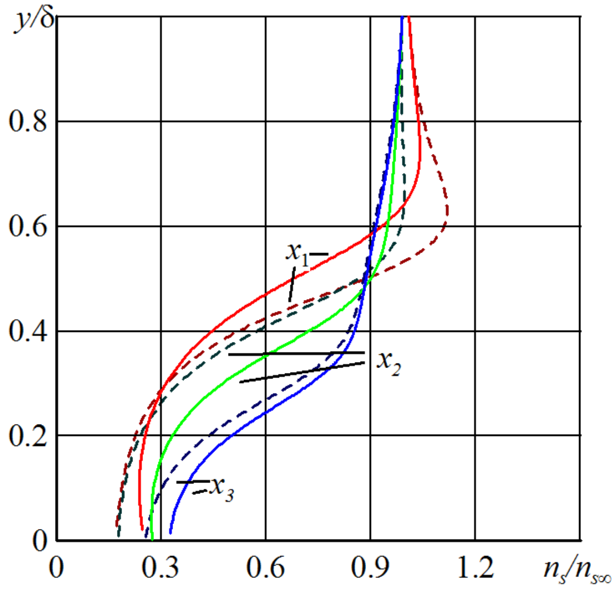

Рис. 7. Профили концентрации частиц диаметра 32 мкм в сечениях x_1, x_2, x_3, пунктирные линии – профили концентрации частиц, диаметр которых на 30 % больше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках модели двух взаимопроникающих континуумов решены задачи о течении газа (жидкости) с примесью твердых частиц в пограничном слое на плоской пластине в случае, когда массовая доля частиц пренебрежимо мала. В первой задаче рассматривается течение жидкости с примесью твердых частиц вдоль горизонтальной пластины, во второй – течение запыленного газа вдоль вертикальной пластины. В первом случае отношение плотностей несущей фазы и вещества частиц порядка единицы, поэтому помимо силы аэродинамического сопротивления и подъемной силы в межфазном обмене импульсом учитываются сила Архимеда, сила присоединенных масс и сила Бассе-Буссинеска. Во второй задаче о течении запыленного газа, когда плотность вещества частиц много больше плотности несущей фазы, поведение частиц определяется лишь силами аэродинамического сопротивления и Сэфмана.

Проведено параметрическое численное исследование профилей концентрации дисперсной фазы, формирующихся в пограничном слое. Получено качественное совпадение рассчитанных профилей концентрации частиц экспериментальным данным. Учет поперечной силы правильно описывает экспериментальные эффекты локальных максимумов концентрации частиц внутри пограничного слоя и уменьшения концентрации вблизи стенки. Некоторые количественные расхождения численных и экспериментальных результатов могут быть объяснены отсутствием полной информации о значениях параметров проведенных экспериментов (начальные рассогласования скоростей фаз, распределение частиц по размеру и проч.).

Работа поддержана РФФИ (№11-01-00483-а) и грантом президента РФ МК-3582.2011.1.

Список литературы:

1. Poiseuille J.L.M. Recherches sur les causes du mouvement du sang dans les vaisseaux capillaires // Ann. Sci. Nat. 1836. Ser.2. T.5. P.111 – 115.
2. Taylor M. The flow of blood in narrow tubes. II. The axial stream and its formation, as determined by changes in optical density // Aust. J. Exp. Biol. Med. Sci. 1955. V. 33. Iss. 1. P.1 – 16.
3. Bayliss L. E. The axial drift of the red cells when blood flows in a narrow tube // J Physiol. 1959. Vol. 149. No 3. P.593 – 613.
4. Segre G., Silberberg A. Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. Pt. 2. Experimental results and interpretation // J. Fluid Mech. 1962. 14, 136 P. 136 – 157.
5. Oliver R. Influence of particle rotation on radial migration in the Poiseuille flow of suspensions // Nature. 1962. 194. P. 1269 – 1271.
6. Jeffrey R. C., Pearson J. R. A. Particle motion in laminar vertical tube flow // J. Fluid Mech. 1965. 22. P. 721 – 735.
7. Karnis A., Goldsmith H. L., Mason S. G. The flow of suspensions though tubes. V Inertial effects // Can. J. Chem. Engng. 1966. 44 P. 181 – 193.

8. Aoki H., Kurosaki Y., Anzai H. Study on the tubular pinch effect in a pipe flow // Bull. JSME. 1979. 22. 164. P. 206 – 212.
9. Tachibana M. On the behaviour of a sphere in the laminar tube flows // Rheol. Acta. 1973. 12. P. 58 – 69.
10. Han M. [и др.] Particle migration in tube flow of suspensions // J. Rheol. 1999. 43. P. 1157 – 1174.
11. Matas J.-P., Morris J.F., Guazzelli E. Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow // J. Fluid Mech. 2004. 515. P. 171 – 195.
12. Bhagat A.A.S., Kuntaegowdanahalli S.S., Papautsky I. Enhanced particle filtration in straight microchannels using shear-modulated inertial migration // Phys. Fluids. 2008. V. 20. N 10. 101702.
13. Kuntaegowdanahalli S.S, [и др.] Inertial microfluidics for continuous particle separation in spiral microchannels // Lab on a Chip. 2009. V. 20. Iss. 9. P. 2973 – 2980.
14. Rubinow S. I., Keller J. B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid // J. Fluid Mech. 1961. 11. P. 447 – 459.
15. Bretherton F. P. The motion of rigid particles in a shear flow at low Reynolds number // J. Fluid Mech. 1962. V. 14. Iss. 2. P. 284 – 304.
16. Saffman P.G. The lift on a small sphere in a slow shear flow. // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. P. 385 – 400. Corrigendum: // J. Fluid Mech. 1968. V. 31 P. 624.
17. Dandy D.S., Dwyer H.A. Sphere in shear flow at finite Reynolds number: Effect of shear on particle lift, drag and heat transfer // J. Fluid Mech. 1990. V. 216. P. 381 – 410.
18. Асмолов Е.С. О динамике сферической частицы в ламинарном пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. N 6. С. 91 – 96.
19. McLaughlin J.B. Inertial migration of a small sphere in linear shear flows // J. Fluid Mech. 1991. V. 224. P. 261 – 274.
20. Асмолов Е.С. О движении дисперсной примеси в ламинарном пограничном слое на плоской пластине // Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. N 1. С. 66 – 73.
21. McLaughlin J.B. The lift on a small sphere in wall-bounded linear shear flows // J. Fluid Mech. 1993. V. 246. P. 249 – 265.
22. Cherukat P., McLaughlin J.B. The inertial lift on a rigid sphere in a linear shear flow field near a flat wall // J. Fluid Mech. 1994. V. 263. P. 1 -- 18. Corrigendum: //J. Fluid Mech. 1995. V. 285. P. 407 – 407.
23. Asmolov E.S. The inertial lift on a spherical particle in a plane Poiseuille flow at large channel Reynolds number // J. Fluid Mech. 1999. V. 381. P. 63 – 87.

24. Asmolov E.S., Osiptsov A.A. The inertial lift on a spherical particle settling in a horizontal viscous flow through a vertical slot // Phys. Fluids. 2008. V. 20. N 12. 123301.
25. Otterman B., Lee S.L. Particulate velocity and concentration profiles for laminar flow of a suspension over a flat plate // In: Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst Monterey, Calif: Stanford Univ. Press. 1970. P 311-322.
26. Lee S.L., Chan W.K. Two-phase laminar boundary layer along a vertical flat wall // Hydrotransport. 1972. 1. N 2 (A-4,45-A4). P. 58.
27. Осипцов А.Н. Движение запыленного газа в начальном участке плоского канала и круглой трубы // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. N 6. С. 80-87.
28. Наумов В.А. Расчет ламинарного пограничного слоя на пластине с учетом подъемных сил, действующих на дисперсную примесь // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1988. – № 6. С. 171-173.
29. Ван Бо-И, Осипцов А.Н. Пристеночный пограничный слой за ударной волной в запыленном газе // Изв. РАН, МЖГ. 1999. № 4. С. 61 – 73.
30. Akhatov I.S. [и др.] Aerosol flow in microscale: Theory, experiment, and application to direct-write microfabrication // Proc. ECI Intern. Conf. Heat Transfer and Fluid Flow in Microscale. Whistler, Canada, 2008. P. 1.
31. Осипцов А.Н., Рыбдылова О.Д. Фокусировка аэрозоля за ударной волной, движущейся в микроканале // Теор. основы хим. технологии. Т. 45, № 2, 2011, С. 178 – 186.
32. Lee S.L. Aspects of suspension shear flows // Adv. in Appl. Mech. 1982. V. 22. P. 1 – 65.
33. Hussainov M. [и др.] Properties of solid particle distribution in two-phase laminar boundary layers of various shapes and particle sedimentation // Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math. 1994. V. 42. N. 4. P. 237 – 249.
34. Marble F.E. Dynamics of dusty gases // Ann. Rev. Fluid Mech. 1970. V. 2. P. 397 – 445.
35. Maxey M.R., Riley J.J. Equation of motion of a small rigid sphere in a nonuniform flow // Phis. of Fluids. 1983. V.26. P. 883-889.
36. Carlson D.J., Hoglund R.F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA Journal. 1964. V. 2. N 11. P. 1980 – 1984.
37. Mei R. An approximate expression for the shear lift force at finite Reynolds number // Intern. J. Multiphase Flow. 1992. V. 18. N 1. P. 145 – 147.
38. Невский Ю.А., Осипцов А.Н. О роли нестационарных и наследсвенных сил в задачах гравитационной конвекции // Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1. Мат., Мех. 2008. N 4 С. 37 – 40.

39. Осипцов А.Н. Развитие лагранжева подхода для моделирования течений дисперсных сред. В сб.: Проблемы современной механики. К 85-летию со дня рождения академика Г.Г. Черного. М.: Изд. МГУ, 2008. С. 390 – 407.
40. Осипцов А.Н. О структуре ламинарного пограничного слоя дисперсной смеси на плоской пластинке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. N4. С. 48-54.

electronic scientific and technical periodical
SCIENCE and EDUCATION
EL № FS 77 - 30569. №0421100025. ISSN 1994-0408

Transverse migration of particles in the boundary layer of plane-plate

77-30569/318597

02, February 2012

Rybdylova O.D.

Institute of Mechanics Lomonosov Moscow State University

Bauman Moscow State Technical University

orybdylova@imec.msu.ru

A comparison of known experimental data with numerical simulation of dispersed mixture flow in the boundary layer of a horizontal/vertical plane wall was carried out. The motion of that mixture was described with the model of interpenetration continuums; the influence of particles on carrier phase was neglected. Qualitative agreement between the calculated concentration profiles of particles with the experimental data was obtained. Taking the lateral force into account correctly described the experimental effects of local maximums of the particle concentration inside the boundary layer and the decrease of the concentration near the wall.

Publications with keywords: boundary layer, saffman force, particles

Publications with words: boundary layer, saffman force, particles

Reference

1. Poiseuille J.L.M., Recherches sur les Causes du Mouvement du Sang Dans les Vaisseaux Capillaires, Ann. Sci. Nat. Ser. 2 vol. 5 (1836) 111-115.
2. Taylor M., The flow of blood in narrow tubes. II. The axial stream and its formation, as determined by changes in optical density, Aust. J. Exp. Biol. Med. Sci. 33 (1) (1955) 1-16.
3. Bayliss L. E., The axial drift of the red cells when blood flows in a narrow tube, J. Physiol. 149 (3) (1959) 593-613.
4. Segre G., Silberberg A., Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. Pt. 2. Experimental results and interpretation, J. Fluid Mech. 14 (1962) 136-157.
5. Oliver R., Influence of particle rotation on radial migration in the Poiseuille flow of suspensions, Nature 194 (1962) 1269-1271.

6. Jeffrey R. C., Pearson J. R. A., Particle motion in laminar vertical tube flow, J. Fluid Mech. 22 (1965) 721-735.
7. Karnis A., Goldsmith H. L., Mason S. G., The flow of suspensions though tubes V. Inertial effects, Can. J. Chem. Engng. 44 (1966) 181-193.
8. Aoki H., Kurosaki Y., Anzai H, Study on the tubular pinch effect in a pipe flow, Bull. JSME 164 (22) (1979) 206-212.
9. Tachibana M., On the behaviour of a sphere in the laminar tube flows, Rheol. Acta 12 (1973) 58-69.
10. Han M., et al., Particle migration in tube flow of suspensions, J. Rheol. 43 (1999) 1157-1174.
11. Matas J.-P., Morris J.F., Guazzelli E., Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow, J. Fluid Mech. 515 (2004) 171-195.
12. Bhagat A.A.S., Kuntaegowdanahalli S.S., Papautsky I., Enhanced particle filtration in straight microchannels using shear-modulated inertial migration, Phys. Fluids. 20 (10) (2008) 101702.
13. Kuntaegowdanahalli S.S, et al., Inertial microfluidics for continuous particle separation in spiral microchannels, Lab on a Chip. 20 (9) (2009) 2973-2980.
14. Rubinow S. I., Keller J. B., The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid, J. Fluid Mech. 11 (1961) 447-459.
15. Bretherton F. P., The motion of rigid particles in a shear flow at low Reynolds number, J. Fluid Mech. 14 (2) (1962) 284-304.
16. Saffman P.G., The lift on a small sphere in a slow shear flow, J. Fluid Mech. 22 (1965) 385-400.
17. Saffman P.G., Corrigendum to “The lift on a small sphere in a slow shear flow”, J. Fluid Mech. 31 (1968) 624-624.
18. Dandy D.S., Dwyer H.A., Sphere in shear flow at finite Reynolds number: Effect of shear on particle lift, drag and heat transfer, J. Fluid Mech. 216 (1990) 381-410.
19. Asmolov E.S., About the dynamics of a spherical particle in laminar boundary layer, Izv. AN SSSR. Ser. MZhG - A Journal of USSR Academy of Sciences. Ser. Fluid and Gas Mechanics 6 (1990) 91-96.
20. McLaughlin J.B., Inertial migration of a small sphere in linear shear flows, J. Fluid Mech. 224 (1991) 261-274.
21. Asmolov E.S., About the motion of dispersed particles in a laminar boundary layer on a flat plate, Izv. AN SSSR. MZhG - A Journal of USSR Academy of Sciences. Ser. Fluid and Gas Mechanics 1 (1992) 66-73.
22. McLaughlin J.B., The lift on a small sphere in wall-bounded linear shear flows, J. Fluid Mech. 246 (1993) 249-265.
23. Cherukat P., McLaughlin J.B., The inertial lift on a rigid sphere in a linear shear flow field near a flat wall, J. Fluid Mech. 263 (1994) 1-18.

24. Cherukat P., McLaughlin J.B., Corrigendum to “The inertial lift on a rigid sphere in a linear shear flow field near a flat wall”, J. Fluid Mech. 285 (1995) 407-407.

25. Asmolov E.S., The inertial lift on a spherical particle in a plane Poiseuille flow at large channel Reynolds number, J. Fluid Mech. 381 (1999) 63-87.

26. Asmolov E.S., Osiptsov A.A., The inertial lift on a spherical particle settling in a horizontal viscous flow through a vertical slot, Phys. Fluids. 20 (12) (2008) 123301.

27. Otterman B., Lee S.L., Particulate velocity and concentration profiles for laminar flow of a suspension over a flat plate, in: Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst Monterey, Calif., Stanford Univ. Press, 1970, pp 311-322.

28. Lee S.L., Chan W.K., Two-phase laminar boundary layer along a vertical flat wall, in: Proceedings of Hydrotransport 2: Second International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, Coventry, England, 1972, pp. A4.45-A4.58.

29. Osiptsov A.N., Movement of dust-laden gas in initial section of flat canal and round pipe**,** Izv. AN SSSR. Ser. MZhG - A Journal of USSR Academy of Sciences. Ser. Fluid and Gas Mechanics 6 (1988) 80-87.

30. Naumov V.A., Calculation of laminar boundary layer on plate with consideration of uplifting forces acting on dispersed admixture, Izv. AN SSSR. Ser. MZhG - A Journal of USSR Academy of Sciences. Ser. Fluid and Gas Mechanics 6 (1988) 171-173.

31. Van Bo-I, Osiptsov A.N., Near-wall boundary layer behind blast wave in dust-laden gas**,** Izvestiya RAN. Ser. Mekhanika Zhidkosti i Gaza - A Journal of Russian Academy of Sciences. Ser. Fluid and Gas Mechanics 4 (1999) 61-73.

32. Akhatov I.S., Aerosol flow in microscale: Theory, experiment, and application to direct-write microfabrication, in: Proc. of the ECI Intern. Conf. Heat Transfer and Fluid Flow in Microscale, Whistler, Canada, 2008, p.1.

33. Osiptsov A.N., Rybdylova O.D., Focusing of spray behind blast wave moving in pinhole, Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii 45 (2) (2011) 178-186.

34. Lee S.L., Aspects of suspension shear flows, Adv. in Appl. Mech. 22 (1982) 1-65.

35. Hussainov M., et al., Properties of solid particle distribution in two-phase laminar boundary layers of various shapes and particle sedimentation, Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math. 42 (4) (1994) 237-249.

36. Marble F.E., Dynamics of dusty gases, Ann. Rev. Fluid Mech. 2 (1970) 397-445.

37. Maxey M.R., Riley J.J., Equation of motion of a small rigid sphere in a nonuniform flow, Phis. of Fluids 26 (1983) 883-889.

38. Carlson D.J., Hoglund R.F., Particle drag and heat transfer in rocket nozzles, AIAA Journal 2 (11) (1964) 1980-1984.

39. Mei R., An approximate expression for the shear lift force at finite Reynolds number, Intern. J. Multiphase Flow. 18 (1) (1992) 145-147.

40. Nevskii Iu.A., Osiptsov A.N., About role of non stationary and hereditary forces in problems of gravitational convection, Vestnik Moskovskogo Universiteta. Ser. 1.

Matematika. Mekhanika - Bulletin of Moscow University. Ser. 1. Mathematics. Mechanics 4 (2008) 37-40.

41. Osiptsov A.N., Continuation of Lagrangian approach for simulation of flows of dispersed environments, in: Collection of the Problems of modern mechanics. On the 85-th anniversary of the birth of academician G.G. Chernyi, Moscow, Izd. MGU – MSU Press, 2008, pp. 390-407.
42. Osiptsov A.N., About structure of laminar boundary layer of dispersed mixture on flat plate**,** Izv. AN SSSR. Ser. MZhG - A Journal of USSR Academy of Sciences. Ser. Fluid and Gas Mechanics 4 (1980) 48-54.