

Исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) трехдисковой плоской почти мгновенно изменяемой системы 77-30569/315859

03, март 2012

Астахов М. В., Никишкина А. Б.

УДК 624.642/643:539.4

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана

mvastuhov@gmail.com

alevtinishe@rambler.ru

Использование почти мгновенно изменяемых систем, применяемых в управляемых затыжках [1] дает возможность при небольших перемещениях получать большие управляющие силы.

В работах [2] и [3] рассматриваются два типа почти мгновенно изменяемых систем – однодисковые и двухдисковые, с помощью которых построены управляемые затыжки для пластинчатых и оболочечных конструкций машин, нагружаемых внешними циклически изменяющимися силами. Существующий третий тип мгновенно изменяемой системы (трехдисковый) [4] для построения управляемых затыжек не применялся. Поэтому исследование НДС трехдисковой почти мгновенно изменяемой системы с целью ее использования в управляемых затыжках является актуальной задачей.

Рассмотрим плоскую мгновенно изменяемую систему (рис. 1), которая представляет собой три, соединенные стержнями, абсолютно жестких диска, мгновенные центры вращения которых лежат на одной прямой.

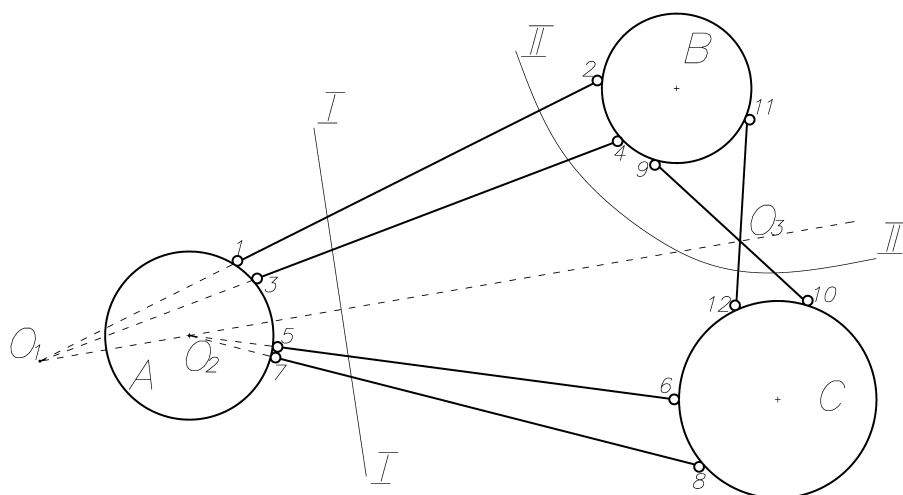


Рис. 1. Плоская мгновенно изменяемая система

Стержни данной системы рассечем по линии $I-I$ и рассмотрим левую часть для случая, когда мгновенные центры вращения O_1 и O_2 совмещены в один мгновенный центр вращения O , а диск A показан в виде прямолинейного звена A (рис. 2).

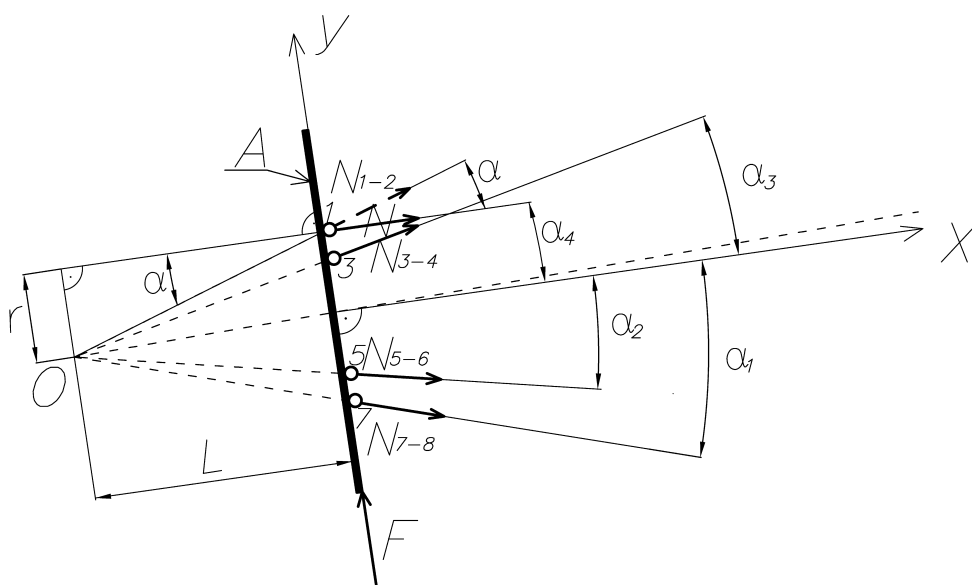


Рис. 2. Схема для анализа

Найдем зависимость усилия N , возникающего в стержне $(1-2)$ при действии переменной во времени силы F , от угла α . Для этого отклоним стержень $(1-2)$ на малый угол α от его первоначального положения, в результате чего система на рис. 1 станет почти мгновенно изменяемой.

Тогда (для рис. 2):

$$\Sigma M_O = 0, \quad -F \cdot L + N \cdot r = 0 \rightarrow N = F \cdot \frac{L}{r}.$$

А так как $r = L \cdot \operatorname{tg} \alpha$, то

$$N = \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (1)$$

Исследуем изменение сил, возникающих в стержнях N_{3-4} , N_{5-6} и N_{7-8} в зависимости от роста угла α при условии, что N и F известны (рис. 3).

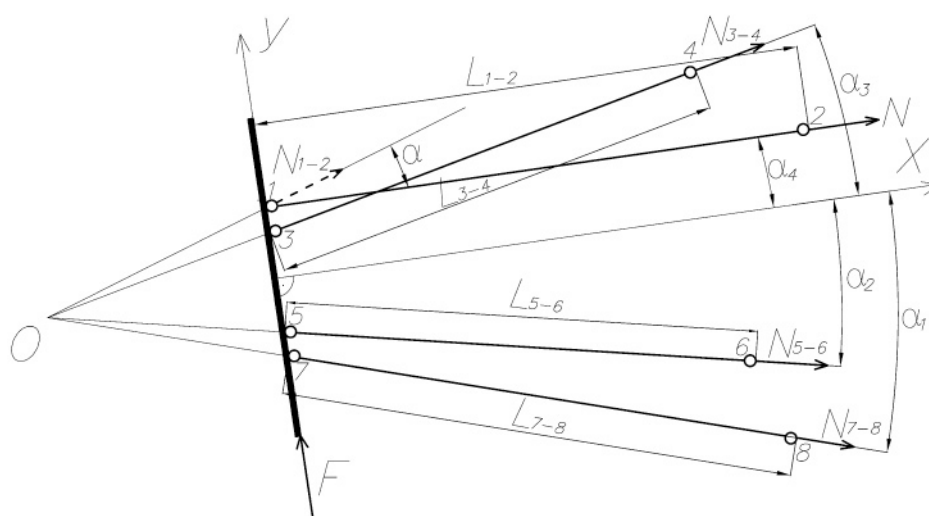


Рис. 3. Заданная система

Заданная стержневая система (рис. 3) один раз статически неопределима.

Основную систему построим, разрезав стержень (5–6) (рис. 4) и заменив его действие парной силой $N_{5-6}^* = 1$.

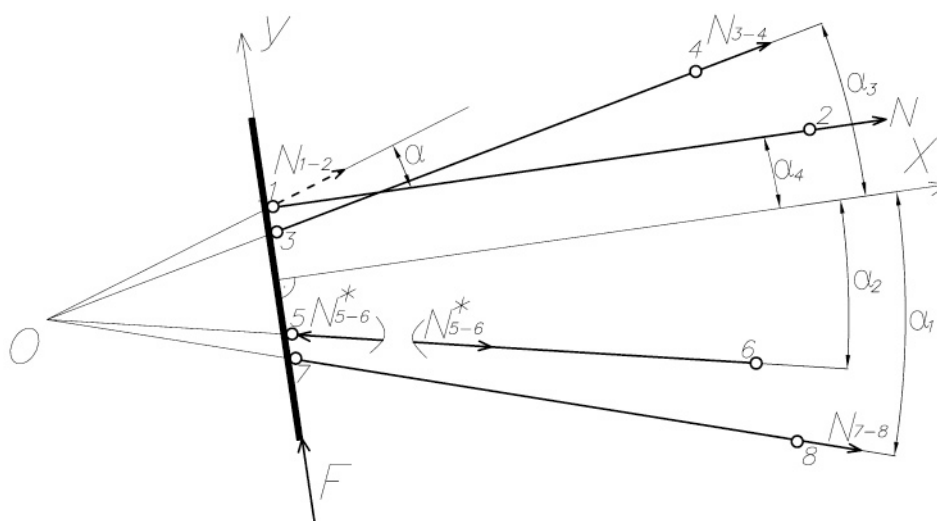


Рис. 4. Основная система

Находим усилия в стержнях N_{3-4}^F и N_{7-8}^F от действия внешней нагрузки F и N , используя оси X и Y .

$$\sum X = 0; N \cdot \cos \alpha_4 + N_{3-4}^F \cdot \cos \alpha_3 + N_{7-8}^F \cdot \cos \alpha_1 = 0; \quad (2)$$

$$\sum Y = 0; N \cdot \sin \alpha_4 + N_{3-4}^F \cdot \sin \alpha_3 - N_{7-8}^F \cdot \sin \alpha_1 + F = 0. \quad (3)$$

С учетом (1) выражения (2) и (3) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} N_{3-4}^F \cdot \cos \alpha_3 + N_{7-8}^F \cdot \cos \alpha_1 &= -\frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \cos \alpha_4, \\ N_{3-4}^F \cdot \sin \alpha_3 - N_{7-8}^F \cdot \sin \alpha_1 &= -F - \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \sin \alpha_4 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Используя метод Крамера, из (4) будем иметь:

$$N_{3-4}^F = \frac{\Delta_1}{\Delta}, N_{7-8}^F = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

где:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cos \alpha_3 & \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_3 & -\sin \alpha_1 \end{vmatrix} = -\cos \alpha_3 \cdot \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_3; \quad (5)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{-F \cdot \cos \alpha_4}{\operatorname{tg} \alpha} & \cos \alpha_1 \\ -F - \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \sin \alpha_4 & \sin \alpha_1 \end{vmatrix} = F \cdot \left(\frac{-\cos \alpha_4}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1 + \frac{\sin \alpha_4 \cdot \cos \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha} \right);$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \frac{-F \cdot \cos \alpha_4}{\operatorname{tg} \alpha} & \cos \alpha_3 \\ \sin \alpha_3 & -F - \frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \sin \alpha_4 \end{vmatrix} = F \cdot \left(-\cos \alpha_3 - \frac{\sin \alpha_4 \cdot \cos \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{\cos \alpha_4 \cdot \sin \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha} \right).$$

Зададимся конкретными значениями сил, размеров и жесткостей системы (рис. 3):

$$F = 10 \text{ кН}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \alpha = 3^\circ, \alpha_1 = 17^\circ, \alpha_2 = 12^\circ, \alpha_3 = 13^\circ, \alpha_4 = 16^\circ.$$

Тогда:

$$\Delta = -0,5; \Delta_1 = 114 \text{ кН}; \Delta_2 = -18 \text{ кН}; N = 192,31 \text{ кН}; N_{3-4}^F = -226,8 \text{ кН}; N_{7-8}^F = 39,5 \text{ кН}.$$

Приложим к стержню (5–6) основной системы единичные парные силы $N_{5-6}^* = 1$ и найдем усилия N_{3-4}^* и N_{7-8}^* , возникающие только от единичных сил.

$$\sum X = 0, N_{3-4}^* \cdot \cos \alpha_3 + N_{7-8}^* \cdot \cos \alpha_1 = -\cos \alpha_2,$$

$$\sum Y = 0, N_{3-4}^* \cdot \sin \alpha_3 - N_{7-8}^* \cdot \sin \alpha_1 = \sin \alpha_2,$$

$$N_{3-4}^* = \frac{\Delta_1^*}{\Delta}, N_{7-8}^* = \frac{\Delta_2^*}{\Delta}, \text{ где выражение } \Delta \text{ аналогично выражению (5);}$$

$$\Delta_1^* = \begin{vmatrix} -\cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \\ \sin \alpha_2 & -\sin \alpha_1 \end{vmatrix} = \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_1;$$

$$\Delta_2^* = \begin{vmatrix} \cos \alpha_3 & -\cos \alpha_2 \\ \sin \alpha_3 & \sin \alpha_2 \end{vmatrix} = \cos \alpha_3 \cdot \sin \alpha_2 + \sin \alpha_3 \cdot \cos \alpha_2;$$

$$N_{3-4}^* = -0,174; N_{7-8}^* = -0,846.$$

Неизвестное усилие $N_{5-6}^* = X_1$ в стержне (5–6) определяется из канонического уравнения $\delta_{5-6}^* \cdot X_1 + \Delta_{5-6}^F = 0$,

$$\text{где } \delta_{5-6}^* = \sum \frac{(N_i^*)^2 \cdot L_i}{E \cdot F_i} = \frac{L_{3-4} \cdot (N_{3-4}^*)^2 + L_{5-6} + L_{7-8} \cdot (N_{7-8}^*)^2}{E \cdot F},$$

$$\Delta_{5-6}^F = \sum \frac{N_i \cdot N_i^* \cdot L_i}{E \cdot F_i} = \frac{N_{3-4} \cdot N_{3-4}^* \cdot L_{3-4} + N_{7-8} \cdot N_{7-8}^* \cdot L_{7-8}}{E \cdot F}.$$

Следовательно,

$$X_1 = -\frac{N_{3-4}^* \cdot N_{3-4}^F \cdot L_{3-4} + N_{7-8}^* \cdot N_{7-8}^F \cdot L_{7-8}}{L_{3-4} \cdot (N_{3-4}^*)^2 + L_{5-6} + L_{7-8} \cdot (N_{7-8}^*)^2} = -1,193 \text{ кН}.$$

Усилия в стержнях заданной системы получаются путем суммирования усилий в основной системе от сил F , N и X_1 .

$$N_{3-4} = N_{3-4}^* \cdot X_1 + N_{3-4}^F = -0,174 \cdot (-1,193) + (-226,8) = -226,764 \text{ кН},$$

$$N_{7-8} = N_{7-8}^* \cdot X_1 + N_{7-8}^F = (-0,846) \cdot (-1,193) + 39,5 = 40,469 \text{ кН},$$

$$N = 192,31 \text{ кН},$$

$$N_{5-6} = -1,193 \text{ кН}.$$

Статическая проверка

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0,$$

$$N \cdot \cos \alpha_4 + N_{3-4} \cdot \cos \alpha_3 + N_{7-8} \cdot \cos \alpha_1 + N_{5-6} \cdot \cos \alpha_2 = 0,$$

$$N \cdot \sin \alpha_4 + N_{3-4} \cdot \sin \alpha_3 + N_{7-8} \cdot \sin \alpha_1 + N_{5-6} \cdot \sin \alpha_2 = 0,$$

$$0 = 0,$$

и деформационная проверка (с использованием способа Симпсона)

$$\Delta = \int \frac{N_\Sigma \cdot N_1 ds}{E \cdot A} = \frac{l_{3-4}}{6 \cdot E \cdot A} \cdot (N_{3-4} \cdot N_{3-4}^* + 4 \cdot N_{3-4} \cdot N_{3-4}^* + N_{3-4} \cdot N_{3-4}^*) + \\ + \frac{l_{7-8}}{6 \cdot E \cdot A} \cdot (N_{7-8} \cdot N_{7-8}^* + 4 \cdot N_{7-8} \cdot N_{7-8}^* + N_{7-8} \cdot N_{7-8}^*) = 0,$$

$0=0$ выполняются.

Здесь и далее вычисления выполнены на ПЭВМ в программе MatLab.

Для нахождения N_{9-10} и N_{11-12} рассмотрим правую часть системы (рис.1), отсеченную линией II – II (рис.5).

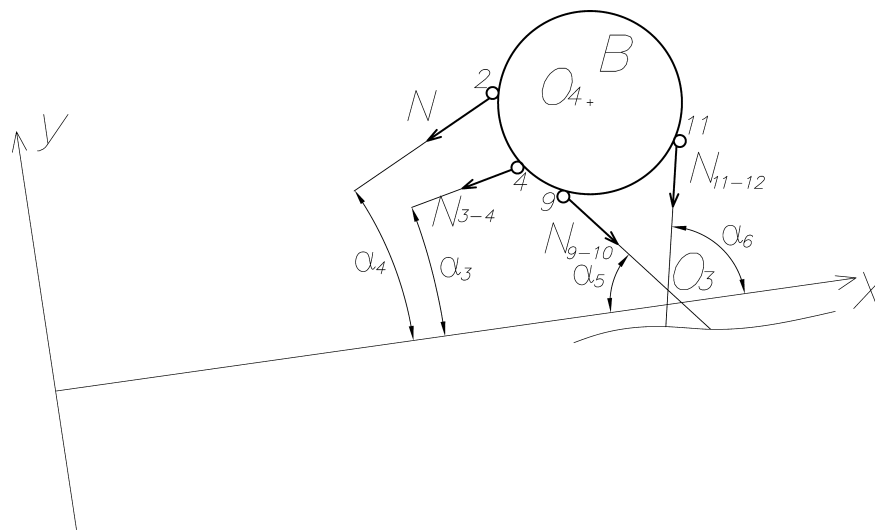


Рис. 5. Правая часть системы рис.1

$$\alpha_5 = 51^\circ, \alpha_6 = 79^\circ.$$

Используя уравнения статики $\sum X = 0, \sum Y = 0$ получим:

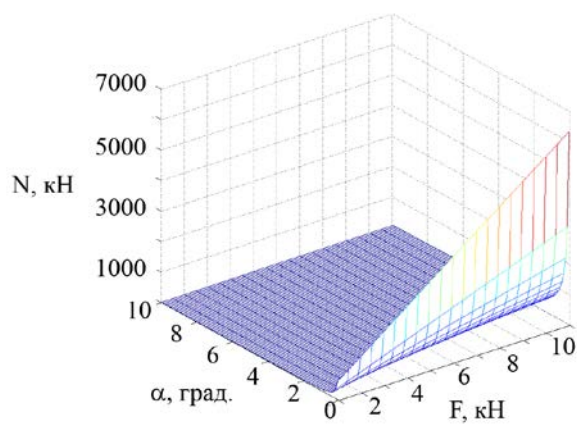
$$\left. \begin{aligned} -N \cdot \cos \alpha_4 - N_{3-4} \cdot \cos \alpha_3 + N_{9-10} \cdot \cos \alpha_5 - N_{11-12} \cdot \cos \alpha_6 &= 0, \\ -N_{9-10} \cdot \sin \alpha_5 - N_{11-12} \cdot \sin \alpha_6 + N \cdot \sin \alpha_4 + N_{3-4} \cdot \sin \alpha_3 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

В результате решения этой системы уравнений будем иметь:

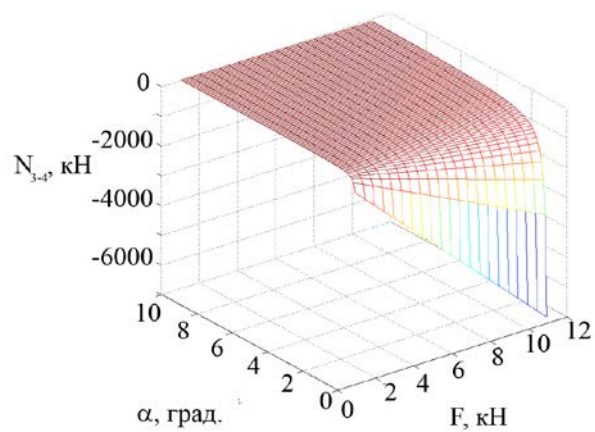
$$N_{9-10} = -47,7 \text{ кН}, N_{11-12} = 39,377 \text{ кН}.$$

Для проверки используем третье уравнение статики $\sum M_{O_4} = 0$, которое превращается в тождество.

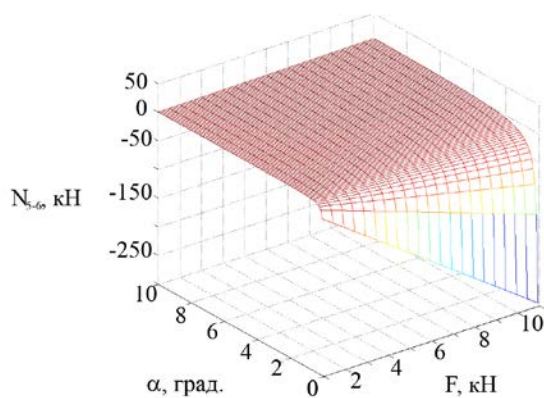
По результатам расчетов построены графики зависимости исследуемых сил от угла α : $N = f(F, \alpha), N_{3-4} = f(F, \alpha), N_{5-6} = f(F, \alpha), N_{7-8} = f(F, \alpha), N_{9-10} = f(F, \alpha), N_{11-12} = f(F, \alpha)$ (рис.6).



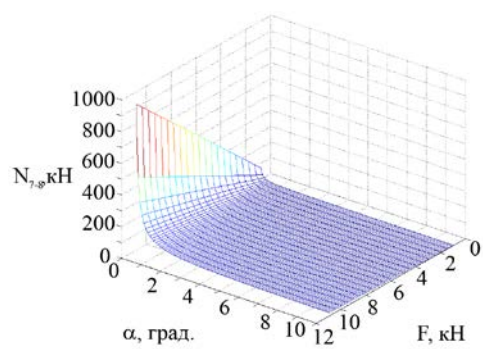
$$N = f(F, \alpha)$$



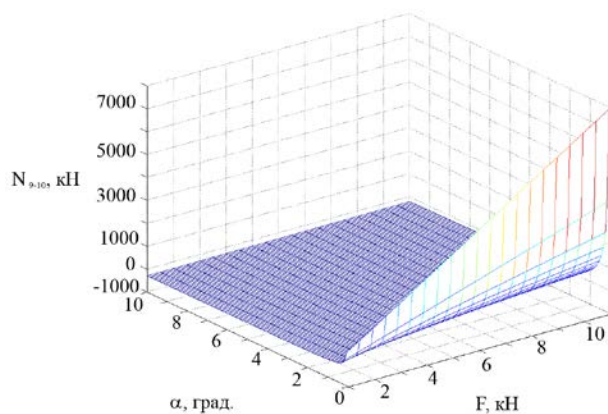
$$N_{3-4} = f(F, \alpha)$$



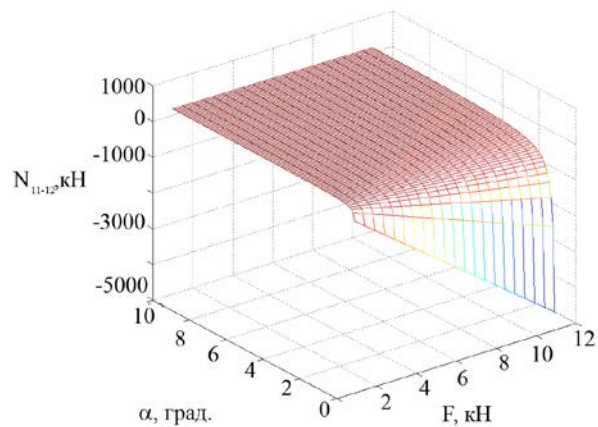
$$N_{5-6} = f(F, \alpha)$$



$$N_{7-8} = f(F, \alpha)$$



$$N_{9-10} = f(F, \alpha)$$



$$N_{11-12} = f(F, \alpha)$$

Рис. 6. Графики $N_{i-j} = f(F, \alpha)$

На основании анализа графиков зависимости внутренних сил от угла α (рис. 6) можно сделать вывод, что с увеличением угла α внутренние силы уменьшаются, а с увеличением нагрузки F – увеличиваются, причем стержни N_{3-4} , N_{5-6} и N_{9-10} сжаты, а N_{7-8} и N_{11-12} растянуты. Усилие N увеличивается при уменьшении угла α и незначительном увеличении силы F .

Например, при $F = 10 \text{ кН}$, $\alpha = 5^\circ$:

$$N = 144,3 \text{ кН}, N_{3-4} = -144,122 \text{ кН}, N_{5-6} = 2,8 \text{ кН}, N_{7-8} = 29,067 \text{ кН}, N_{9-10} = -147,198 \text{ кН}, \\ N_{11-12} = 96,655 \text{ кН}.$$

Для применения рассматриваемой почти мгновенно изменяемой системы в управляемых затяжках наиболее рациональным можно считать изменение угла α в пределах $3 \div 5^\circ$, а силовыми элементами затяжек должны быть стержни (1–2) и (11–12).

Список литературы

1. Астахов М.В., Тюрин Е.А. К вопросу использования почти мгновенно изменяемых систем в управляемых затяжках // Труды МГТУ «Математическое моделирование сложных технических систем», №588.-М.,Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. С. 3-11.
2. Астахов М.В. Управление полями внутренних усилий емкости автокормовоза АСП-25 // Тез. докл. всероссийск. научн. – техн. конф. «Соц. эконом. пробл. упр-я пр-вом, созд. прогр.техн., констр. и систем в усл. рынка» - Калуга, 1997. С. 191-193.
3. Астахов М.В. Управление полями внутренних сил тонкостенных оболочечных систем сельхозмашин// Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение. 2000. №4 (41). С. 41-48.
4. Рабинович И.М. Строительная механика стержневых систем. Ч.1. М: Л.: Гос. изд-во строит. лит-ры, 1950. - 684 с.

Analysis of deflected mode (DM) of three-disk plane of almost instantly changeable system

77-30569/315859

03, March 2012

Astakhov M.V., Nikishkina A.B.

Bauman Moscow Technical University, Kaluga Branch

mvastuhov@gmail.com

alevtinishe@rambler.ru

When designing constructions it is important to control the internal forces in order to produce machines and constructions with a rational mass. Such control is possible with the help of tracking tightenings produced on the basis of almost instantly changeable systems. The article is dedicated to the analysis of deflected mode of a three-disk flat almost instantly changeable system for the purpose of its usage in tracking tightening. The change of forces which appeared in the rods was considered depending on the angle of inclination of one of the rods in the system and on the external force time variable.

Publications with keywords: [tightening](#), [instantly changeable system](#), [Simpson's method](#)

Publications with words: [tightening](#), [instantly changeable system](#), [Simpson's method](#)

References

1. Astakhov M.V., Tiurin E.A. K voprosu ispol'zovaniia pochtii mgnovenno izmeniaemykh sistem v upravliaemykh zatiazhkakh [On the use of almost instantaneously changing systems in controlled tightening]. *Trudy MGTU "Matematicheskoe modelirovanie slozhnykh tekhnicheskikh system"* [Proc. of the Bauman MSTU "Mathematical Modeling of Complex Technical Systems"], 2004, no. 588, pp. 3-11.
2. Astakhov M.V. Upravlenie poliami vnutrennikh usilii emkosti avtokormovoza ASP-25 [Managing the internal forces fields of the container of ASP-25 auto-feed trailer]. "Sotsial'no-ekonomicheskie problemy upravleniia proizvodstvom, sozdaniia progressivnoi tekhniki, konstruktssii i sistem v usloviakh rynka". *Vseros. nauch.-tekhn. konf. Tez. dokl.* ["Socio-economic problems of production management, creation of advanced equipment, structures and systems in conditions of market". All-Rus. sci.-tech. conf. Abstr.]. Kaluga, 1997, pp. 191-193.
3. Astakhov M.V. Upravlenie poliami vnutrennikh sil tonkostennykh obolocheknykh sistem sel'khoz mashin [Managing internal forces fields of thin-walled shell structures of agricultural

machinery]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering], 2000, no. 4 (41), pp. 41-48.

4. Rabinovich I.M. *Stroitel'naia mekhanika sterzhnevykh system* [Structural mechanics of bar systems]. Moscow, Stroiizdat Publ., 1950, pt. 1. 684 p.