

К вопросу о кинематике и нагружении опорного элемента передней ноги лошади в стадии подвода к опоре как составляющих рабочего цикла четырёхногого движителя

77-30569/309571

02, февраль 2012

А. Ю. Вуколов

УДК 531 / 57.087.3

МГТУ им. Н.Э. Баумана

twdragon@bmstu.ru

1. Введение

Походка, реализуемая цикловыми шагающими движителями, особенно имеющими в основе лямбда-механизм [23, 39] — оказывается безусловно применимой лишь для идеальных опорных поверхностей. В реальных условиях такие движители лишь в отдельных случаях оправдывают себя на практике, чаще всего, при перемещении по легко деформируемой опоре (снегоболотоходы и шагающие транспортные машины-амфибии). Отдельные шагающие машины с адаптивными движителями [31], передвигающиеся по лестницам и иным модельным поверхностям в режиме статического равновесия — реализуют предельно жесткие программы управления ногами, и также фактически являются цикловыми. Для биологических же систем в динамике характерно более сложное поведение, характеризующееся вводом корректирующих воздействий в имеющийся (устойчивый) шаговый цикл, причем величины коррекций зачастую сопоставимы с величинами основных управляющих параметров цикла (темп, длина шага, относительное время опоры на ногу и т. п.). Таким образом, границы стадий шагового цикла для биологической системы оказываются размытыми, но предсказуемыми при больших

временных масштабах, что полностью соответствует специфике макроскопических сложных систем [10, 27]. Рассматривая на достаточно больших временных отрезках поведение такой системы для того или иного присущего ей процесса (например, ходьбы), можно оценить возможную форму и границы зон размытия, что дает возможность определить *распределения возможных состояний* системы. Связав затем эти распределения с входными данными тем или иным способом, получаем макроскопическую *характеристику функционала системы* для конкретного процесса. В то же время, при таком подходе детали поведения частей системы в быстропротекающих переходных состояниях (например, для лошади — при подводе копыт к опоре и постановке на нее) — могут оказывать существенное влияние на протекание всего процесса в целом. Таким образом, при рассмотрении устойчивого аллюра в виде процесса, присущего лошади как макроскопической сложной системе — возникает необходимость в исследовании движения на двух уровнях.

Макроуровень характеризуется наблюдаемыми повторяемыми характеристиками аллюра. На этом уровне реализуется планирование устойчивого движения на траектории и весь функционал аллюра, зависящий от высшей нервной деятельности, например, выполнение поворотов. На макроуровне также локализуется диагностика как комплексная функция сложной системы.

Микроуровень объединяет многочисленные переходные состояния и взаимодействия частей системы, включаемые в понятие «автоматизм походки». Эти переходные состояния не связаны напрямую с диагностикой и реализуются в виде жестких адаптационных программ.

В качестве исходного материала в данной работе используются данные стробоскопической фотосъемки, полученные автором при подготовке работ [7, 25, 30]. Они позволяют исследовать процесс реализации походки как на микро-, так и на макроуровне. Исследование на микроуровне включает рассмотрение переходных состояний, формирующих сенсорику постановки копыт на опору. Такими состояниями являются собственно подвод копыта к опоре и переход передней ноги в режим приема нагрузки. Исследование на макроуровне в задачи данной работы не входит.

2. Определение траекторий и оценка относительных скоростей опорного элемента при подходе к опорной поверхности

2.1. Аллюр «шаг». На рис. 1 представлен стробоскопический фотоснимок аллюра «шаг». На нем прорисованы траектории движения центров запястного B и путового C суставов передней ноги, а также траектория движения законцовки копыта D . В дальнейшем при переходе от словесного обозначения сустава к буквенному обозначению точки, явное указание на то, что точки A , B , C являются центрами соответствующих суставов — опускается ввиду очевидности такого перехода.

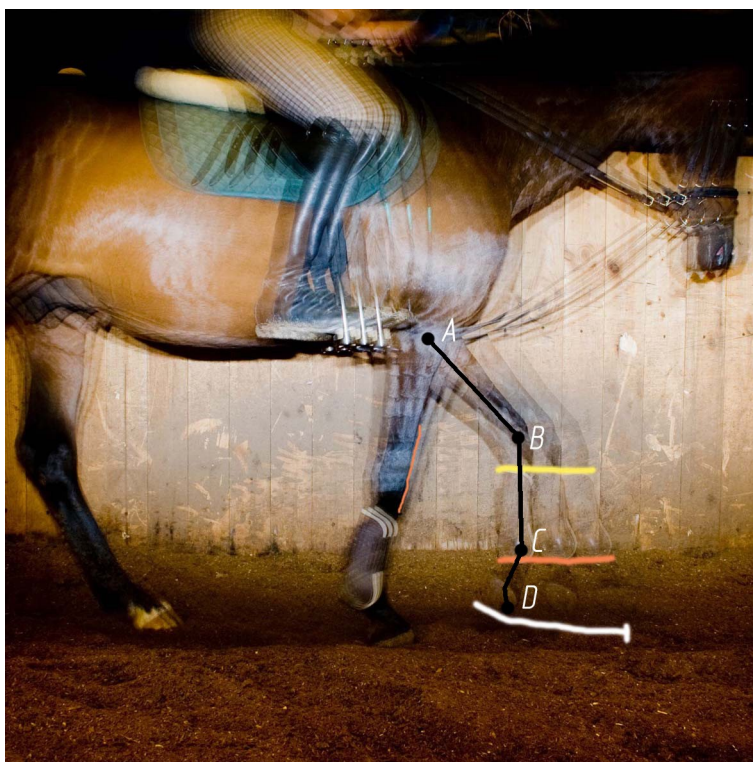


Рис. 1. Стробоскопический фотоснимок аллюра «шаг» с прорисованными траекториями перемещения запястного и путового суставов, законцовки копыта. Частота срабатывания — 30 Гц, длина пакета — 4 импульса. Здесь A — плечевой сустав; B — запястный сустав; C — путовый сустав; D — законцовка копыта

Как можно наблюдать на рис. 1, траектории запястного и путового суставов имеют вид, близкий к прямолинейному, с подходом к опорной поверхности под небольшим углом. Траектория же движения конца копыта такова, что радиус ее кривизны увеличивается монотонно по мере приближения к опоре. Очевидно, что моторика животного в данной ситуации стремится минимизировать

вертикальную составляющую скорости копыта относительно опоры, то есть, насколько возможно, уменьшить ударные нагрузки при столкновении копыта с землей.

Оценим количественно скорости запястного, путового суставов и копыта при подходе к опоре. Снимок имеет фактический масштаб

$$\mu_{\text{ф}} = \frac{l_{\text{кадр}}}{l_{\text{объект}}}, \quad (1)$$

где $l_{\text{кадр}}$ — размер эталонного объекта в пикселях на поле кадра; $l_{\text{объект}}$ — измеренный размер того же объекта. В данном случае измерялась толщина рамки стремени (рис. 2), равная 7 мм и занимающая на поле кадра 8 пиксел. Таким образом, для данного снимка

$$\mu_{\text{ф}} = 1143 \text{ пикс/м.}$$

Скорость следования определяется по формуле

$$v_{\text{сл}} = \frac{S_{\text{сл}}}{\mu_{\text{ф}} \cdot n} = 0,7613 \text{ м/с}, \quad (2)$$

где $S_{\text{сл}}$ — дистанция, проходимая за время выдержки между импульсами стробоскопа, измеренная в пикселях на поле кадра; n — частота срабатывания стробоскопа.



Рис. 2. К определению фактического масштаба изображения

По прорисованным на рис. 1 траекториям определялись смещения частей ноги в направлении, параллельном траектории следования. Саму траекторию следования, учитывая малый промежуток времени, охваченный экспозицией снимка, можно в данном случае считать прямолинейной, не учитывая колебания в вертикальной плоскости. Далее, с учетом скорости следования $v_{сл}$, известной частоты срабатывания n стробоскопа и фактического масштаба μ_f изображения, определялись перемещения $\Delta S_{зс}$, $\Delta S_{пс}$, ΔS_k и проекции скоростей $\vec{v}_{зс}$, $\vec{v}_{пс}$, $\vec{v}_k$ движения частей ноги на направление скорости следования от положения к положению (рис. 3). Схема возможных движений ноги относительно корпуса представлена на рис. 4. Расчетная схема реализована на базе простого трехзвенного механизма переменной структуры.

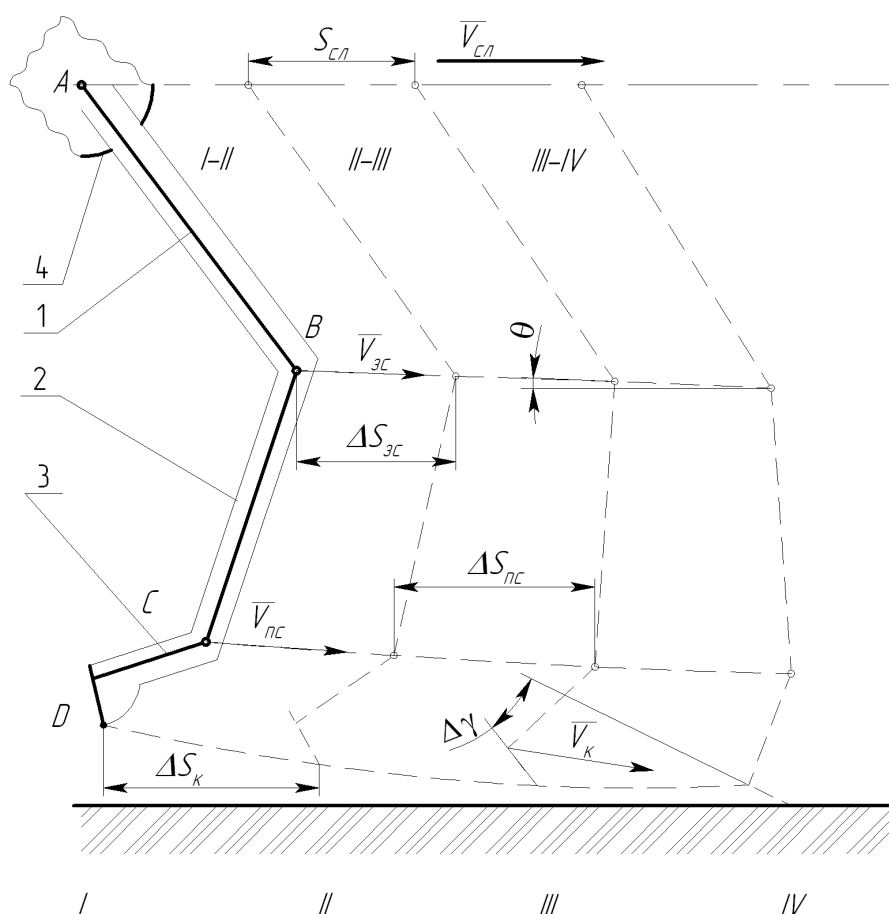


Рис. 3. Схема к измерению параметров движения частей ноги по стробоскопическому фотоснимку: 1 — плечо; 2 — предплечье; 3 — бабка (с венцом и копытом); 4 — корпус лошади; I, II, III, IV — номера стробирующих импульсов в пакете; A — плечевой сустав; B — запястный сустав; C — путовый сустав; D — законцовка копыта (остальные пояснения — в тексте)

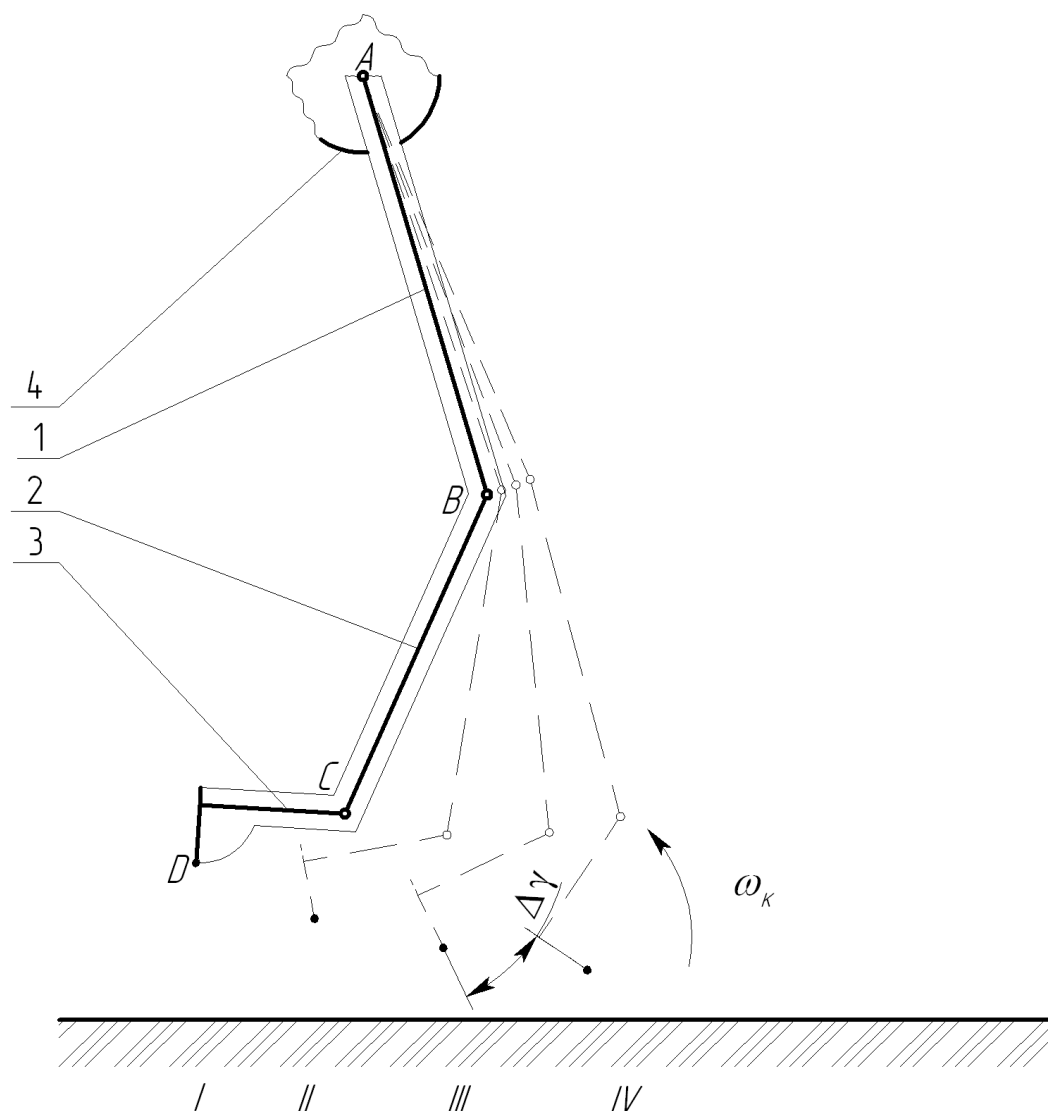


Рис. 4. Схема возможных движений передней ноги лошади относительно корпуса. Экспликация по рис. 3

Дополнительно измерялись изменения углового положения копыта $\Delta\gamma$ (рис. 3, 4). На рис. 1 отображены 4 положения, соответственно, удастся определить скорости для трех точек траектории запястного (B), путового (C) суставов, копыта (D). Результаты обработки снимка приведены в табл. 1. Вертикальные составляющие скорости и перемещения запястного сустава B в данной работе не принимаются во внимание ввиду малости их величин.

2.2. Аллюр «умеренная рысь». В случае аллюра «умеренная рысь» для анализа использовался стробоскопический фотоснимок (рис. 5). Параметры его съемки не отличаются от параметров съемки аллюра «шаг» (см. рис. 1),

Перемещения и скорости (в проекциях на направление скорости следования) запястного, путового суставов и копыта на аллюре «шаг» при подводе передней ноги к опоре

Перемещения				
Точка	Положения			
	I–II	II–III	III–IV	
Запястный сустав (<i>B</i>)	47	44	43	пикс
	0,0411	0,0385	0,0376	м
Путовый сустав (<i>C</i>)	67	55	49	пикс
	0,0586	0,0481	0,0429	м
Копыто (<i>D</i>)	96	83	71	пикс
	0,0840	0,0726	0,0621	м

Скорости (абсолютные)				
Точка	Положения			
	I–II	II–III	III–IV	
Запястный сустав (<i>B</i>)	1,2339	1,1551	1,1289	м/с
Путовый сустав (<i>C</i>)	1,7589	1,4439	1,2864	
Копыто (<i>D</i>)	2,5203	2,1790	1,8639	

Скорости (относительно корпуса)				
Точка	Положения			
	I–II	II–III	III–IV	
Запястный сустав (<i>B</i>)	0,4726	0,3938	0,3676	м/с
Путовый сустав (<i>C</i>)	0,9916	0,6826	0,5251	
Копыто (<i>D</i>)	1,7590	1,4177	1,1026	

за исключением частоты срабатывания стробоскопа. Определенные по формулам (1), (2) значения фактического масштаба и скорости следования:

$$\mu_{\text{ф}} = 857,14 \text{ пикс/м}, \quad v_{\text{сл}} = 1,5752 \text{ м/с}.$$

Как можно явственно рассмотреть на рис. 5, траектории приближения запястного (*B*) и путового (*C*) суставов к точке постановки ноги на опору — по-прежнему, практически прямолинейны. Однако угол подвода ϑ (см. рис. 3), для аллюра «шаг» весьма незначительный, здесь составляет уже величину порядка $10 - 15^\circ$, что обуславливает увеличение вертикальной составляющей скорости при постановке копыта на опору. Обработав снимок по методике,

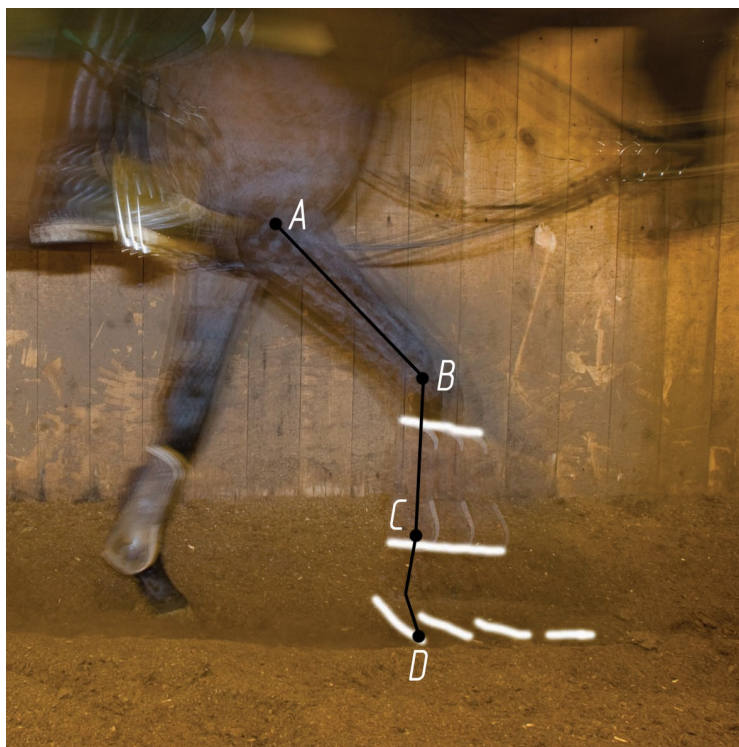


Рис. 5. Стробоскопический фотоснимок аллюра «умеренная рысь» с прорисованными траекториями перемещения плечевого и коленного суставов, конца копыта. Частота срабатывания — 45 Гц, длина пакета — 4 импульса. Здесь: *A* — плечевой сустав; *B* — запястный сустав; *C* — путовый сустав; *D* — законцовка копыта

описанной выше, получим значения перемещений и скоростей, представленные в табл. 2.

2.3. Анализ относительных скоростей и особенности кинематики опорного элемента (копыта) в стадии подвода к опоре. Примем допущение, согласно которому знаки абсолютной и относительной скоростей в проекции на направление скорости следования совпадают. С полной уверенностью утверждать это нельзя, так как ручная синхронизация срабатывания стробоскопа не позволяет с достаточной точностью отследить начало работы ноги в режиме переноса нагрузки. В то же время, для исследуемых стадий шагового цикла данное допущение можно признать весьма близким к реальности. Значения скоростей частей ноги относительно корпуса лошади в проекциях на направление скорости следования v_r при таком допущении — получаются из значений абсолютных скоростей простым вычитанием:

$$v_r = v_i - v_{сл}.$$

Эти значения также представлены в табл. 1 и 2.

Перемещения и скорости (в проекциях на направление скорости следования) путового, коленного суставов и копыта на аллюре «умеренная рысь» при подводе передней ноги к опоре

Перемещения				
Точка	Положения			
	I–II	II–III	III–IV	
Запястный сустав (<i>B</i>)	43	41	41	пикс
	0,0502	0,0478	0,0478	м
Путовый сустав (<i>C</i>)	54	48	47	пикс
	0,0630	0,0560	0,0548	м
Копыто (<i>D</i>)	87	77	71	пикс
	0,1015	0,0898	0,0828	м

Скорости (абсолютные)				
Точка	Положения			
	I–II	II–III	III–IV	
Запястный сустав (<i>B</i>)	2,2577	2,1527	2,1527	м/с
Путовый сустав (<i>C</i>)	2,8353	2,5203	2,4677	
Копыто (<i>D</i>)	4,5680	4,0429	3,7279	

Скорости (относительно корпуса)				
Точка	Положения			
	I–II	II–III	III–IV	
Запястный сустав (<i>B</i>)	0,6825	0,5775	0,5775	м/с
Путовый сустав (<i>C</i>)	1,2601	0,9451	0,8925	
Копыто (<i>D</i>)	2,9980	2,4677	2,1527	

Анализ относительных скоростей частей передней ноги при подходе к опоре требует аппроксимации зависимостей проекций относительной скорости от времени некоторой функцией. Аппроксимация избавляет в данном случае от необходимости прямого учета нелинейности поведения живой системы [21]. Проведя первичное исследование, при наличии средств компьютерного анализа, можно получить по аппроксимирующей функции (заданной, в том числе, и в табличном виде) экстраполяцию, позволяющую судить о поведении функции за пределами участка, охваченного экспозицией исходного стробоскопического фотоснимка. Достоверность такой экстраполяции, как правило, сохра-

няется в весьма неширокой окрестности конечных точек экспериментального участка [2], так что глубина прогнозирования с доверительной вероятностью более 70% обычно оказывается величиной не более 40 – 50% от его ширины.

В случае обработки данных из табл. 1 и 2 имеются три значимые точки на протяжении экспериментального участка. С помощью математического интерпретатора MathCAD 14 зависимости скоростей частей ноги относительно корпуса лошади от времени — были аппроксимированы β -сплайнами с граничными условиями, заданными линейными функциями [2, 6, 20]. Выбор вида граничных условий обусловлен тем эмпирическим допущением, что биологические системы при управлении ходьбой реализуют возможно более простые законы изменения параметров.

Полученные функции являют собой законы движения точек B , C , D ноги относительно корпуса в данной стадии шагового цикла в форме $f(v_r, t)$, заданные форматом MathCAD. Они использовались для экстраполяции по времени вперед на глубину, соответствующую времени выдачи двух дополнительных импульсов стробоскопа при частоте срабатывания, установленной для снимка. Началом отсчета служила точка открытия затвора фотокамеры при получении снимков (рис. 1, 5) — визуальные данные позволяют в обоих случаях соотносить этот момент с началом стадий подвода копыта передней ноги к опоре [17]. Далее предпринимался поиск нулей функций — особых точек, характеризующих в данном случае прогнозируемый момент касания копытом опоры. Нули функции определялись путем численного решения средствами MathCAD нелинейного уравнения вида $f(v_r, t) = 0$. Результаты расчета представлены в табл. 3, а полученные в результате аппроксимации кривые — на рис. 6.

тбл.3

Таблица 3

Прогнозируемые нули функций законов движения частей передней ноги

Точка	Аллюр «шаг»	Аллюр «умеренная рысь»	
Запястный сустав (B)	0,1642	0,1093	с
Путевой сустав (C)	0,1318	0,0981	
Копыто (D)	0,1667	0,1104	

Дополнительно нужно отметить, что параметр x , отмеченный в качестве независимой переменной на графическом выводе MathCAD, является репре-

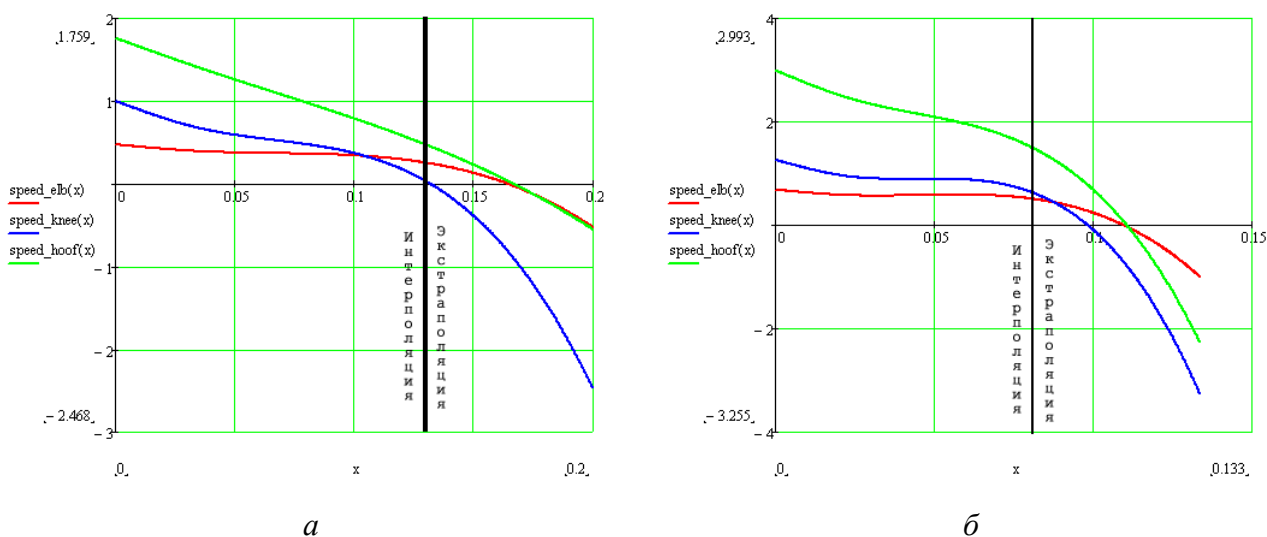


Рис. 6. Экстраполяционные кривые проекций скоростей элементов передней ноги лошади в стадии подвода ноги к опоре на направление скорости следования на аллюре «шаг» (а) и «умеренная рысь» (б). Кривые выведены в графическом формате MathCAD, градуировка шкал по оси параметра x дана в секундах, функционалов speed_^* — в метрах в секунду. Идентификатор speed_elb отражает скорость запястного сустава, speed_knee — скорость путового сустава, speed_hoof — законцовки копыта. Глубина экстраполяции соответствует времени выдачи 2 дополнительных стробирующих импульсов

зентативом времени. Это тактовый параметр, который используется при экстраполяции [8], он имеет размерность времени и численно задан соотношением $x = n \cdot 100$, где n — частота срабатывания стробоскопа. Для удобства оценки абсолютных величин шкала по этому параметру на рис. 6 проградуирована в секундах. Учитывая специфику ходьбы, экстраполяционные кривые можно считать достоверно отражающими описываемый процесс только до точки достижения значения $v_r \approx -v_{\text{сл}}$, что соответствует полному переходу ноги в режим приема нагрузки. После этого копыто стоит на опорной поверхности и движется относительно корпуса с постоянной скоростью $-v_{\text{сл}}$. Другими словами, графики на рис. 6 ниже точки $-v_{\text{сл}}$ не являются правдоподобными.

При анализе данных на рис. 6 а, б отмечается чрезвычайная (в пределах погрешности ручного измерения по стробоскопическому фотоснимку) близость точки пересечения графиков величин проекций относительных скоростей запястного сустава и копыта (отмеченных, соответственно, идентификаторами speed_elb и speed_hoof) к оси абсцисс. Такое поведение этих скоростей, очевидно, свидетельствует о подготовке ноги к полному вытяжению, «замыканию»

запястного сустава и изменению структуры кинематической цепи. В случае близости к нулю относительных скоростей запястного сустава и копыта в точке постановки ноги на опору — абсолютные их скорости в точке касания копытом земли будут близки к скорости следования. Таким образом, постановка копыта на опору будет проходить с ударом, имеющим энергию:

$$T = \sum_i \frac{m_i v_{B, C, D}^2}{2} + \sum_j \frac{I_j \omega_j^2}{2}, \quad (3)$$

где m_i — массы отдельных элементов ноги; I_j — их моменты инерции. Энергия этого удара должна поглощаться за счет упругих свойств ноги (см. раздел 3.2). Подобные процессы имеют место, например, в двуногой ходьбе «вслепую» [5, 16]. К сожалению, по имеющимся экспериментальным данным точно измерить энергию удара и возникающие динамические нагрузки не представляется возможным. Отметим также, что аналогия со «слепой» двуногой ходьбой, учитывая разделение функций движителя и управляющего элемента между передними и задними ногами — представляется вполне уместной, так как в зоне точек постановки передних управляющих ног у лошади практически отсутствует поле зрения [11, 13, 26].

Режим постановки копыта на опорную поверхность с ударом мог бы показаться энергетически невыгодным или некомфортабельным [4, 12, 16]. Однако при выносе точки постановки копыта вперед по траектории следования относительно точки крепления ноги к корпусу такой удар может выполнять следующие функции:

- передавать дополнительный управляющий момент на путовый сустав, давая дополнительное силовое замыкание при изменении структуры ноги еще до фактического входа в режим приема нагрузки;
- формировать сигнал нервной системе о факте касания копытом опоры, причем в силу инерционности восприятия [1] при увеличении скорости следования требуется повышение быстродействия (увеличение интенсивности сенсорного стимула), т.е. увеличение энергии удара (см. раздел 3).

Таким образом, как известно из биологии [26, 40], для лошади как биомеханической системы указанный режим подвода копыта к опоре с ударом, сформированный в процессе эволюции является оптимальным. В случае кон-

струирования шагающей робототехнической системы на схожих принципах удар может быть сведен к минимуму путем оптимизации алгоритма управления и повышения чувствительности датчиков.

На экстраполяционной кривой, представляющей поведение скорости коленного сустава в проекции на направление скорости следования (на рис. 6 отмечена идентификатором *speed_knee*) для аллюра «шаг» темп убывания скорости путового сустава *C* существенно превышает темп убывания скоростей запястного сустава *B* и копыта *D* (см. рис. 6, *a*). Объяснение этого явления заключается в том, что на определенном этапе подвода ноги к опоре в движении путового сустава начинает преобладать вертикальная составляющая относительной скорости. Такое поведение коленного сустава обеспечивает при изменении структуры ноги быструю «посадку» копыта на опору с демпфированием возникающих динамических нагрузок за счет упругости венечного комплекса¹ (см. раздел 3). В случае же аллюра «умеренная рысь» (см. рис. 6, *б*) темп убывания скорости путового сустава приближается к темпу убывания скорости копыта. При повышении скорости следования и, соответственно, энергии удара при входе копыта в контакт с опорой динамические нагрузки возрастают, вынуждая нервную систему животного создавать запас по упругости и быстрой реакции обратной связи. «Притирание» копыта к опоре в таком случае оказывается невыгодной стратегией, так как дает при касании опоры более слабые сенсорные стимулы.

Процесс подготовки копыта к «посадке» на опору вращательным движением проиллюстрирован на рис. 7. На этом рисунке показаны экстраполяционные кривые угловой скорости копыта $\omega_k(t)$ при подходе к опорной поверхности. Методика получения кривых аналогична описанной выше, измерялись значения угловых перемещений $\Delta\gamma$ в значимых точках согласно схеме на рис. 3.

Анализ кривых на рис. 7 позволяет выделить следующие особенности вращательной составляющей движения копыта в процессе подготовки к постановке на опору:

– на аллюре «умеренная рысь» процесс протекает значительно быстрее (практически, вдвое), чем на аллюре «шаг». Увеличение быстрогодействия ноги в режиме переноса полностью соответствует величине изменения скорости следования;

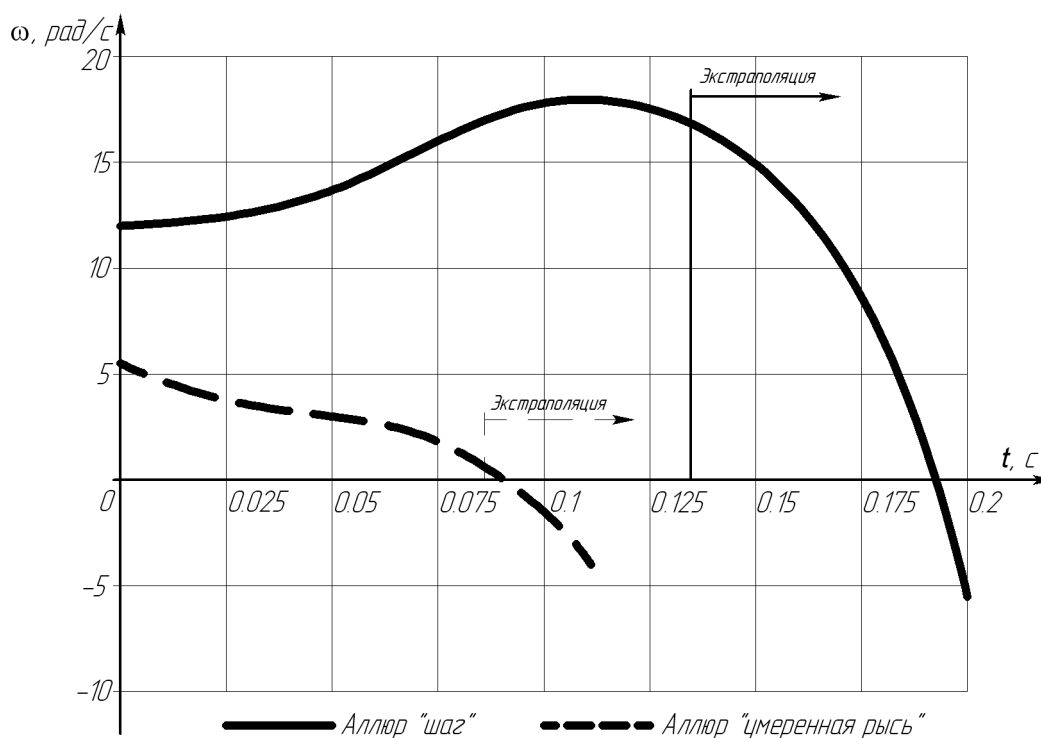


Рис. 7. Экстраполяционные кривые угловой скорости копыта при подходе к опорной поверхности

– функция $\omega_k(t)$ для аллюра «умеренная рысь» убывает монотонно. В то же время, эта же функция для аллюра «шаг» имеет выраженный локальный максимум в зоне $(0,1 - 0,125)$ с, после чего убывание идет с достаточно большой скоростью. Такой характер протекания процесса свидетельствует о том, что на аллюре «шаг» мускулы ноги выдают дополнительный импульс силы («спурт» по терминологии В. М. Зациорского [5]), т.е. инерционное торможение дополняется «опережающим» поворотом копыта, и вход в режим приема нагрузки происходит более плавно. В случае аллюра «умеренная рысь», очевидно, имеет место «чистое» инерционное торможение [33, 35, 36, 41, 42];

– существенно меньшая (порядка 2 рад/с) угловая скорость копыта на аллюре «шаг» (на аллюре «умеренная рысь» — порядка 12 рад/с) при подходе к опоре позволяет сделать вывод о частичном блокировании управляющих функций ноги в пользу демпфирующих свойств.

В целом можно утверждать, что при подходе передней ноги лошади к опоре на аллюрах «шаг» и «умеренная рысь» копыто реализует глиссадоподобную² траекторию. Это обеспечивает эффективное гашение возникающих при изменении структуры ноги динамических нагрузок, а также позволяет реагировать

на появление перед венцом копыта жесткого препятствия (предотвращение спотыкания). Получаемый в результате такого поведения ноги запас по времени реагирования существенно снижает требования к быстродействию управления (вход в режим приема нагрузки с глиссадоподобной траекторией подхода оказывается растянутым во времени до 0,15 – 0,23 с). Кроме того, при наличии большого запаса по быстродействию обратной связи (на медленном шаговом аллюре) и спуртующего усилия на копыте (см. выше) — может наблюдаться «загребание» копытом субстрата, когда копыто оказывается при подводе к опоре фактически ниже ее поверхности, однако, детальное изучение этого процесса не является задачей данной работы.

3. Оценка картины нагружения ноги при выбранных аллюрах

3.1. Нагружение передней ноги как механизма с переменной структурой в режиме приема нагрузки. Передняя нога при касании копытом опоры (см. раздел 2), очевидно, работает в качестве тактильного датчика [22], имеющего определенный (не постоянный, зависящий от скорости следования и аллюра) порог срабатывания [7, 25, 30]. По сигналу такого датчика происходит изменение структуры кинематической цепи с потерей одноподвижной кинематической пары (запястного сустава) и утратой одной степени свободы, как на это указывают экспертные оценки [7]. Согласно данным Э. Майбриджа и В. Суханова [17, 37, 38], выход из режима приема нагрузки также характеризуется изменением структуры кинематической цепи ноги (рис. 8, 9). Так как в режиме приема нагрузки передняя нога является опорной, картины ее нагружения при аллюрах «шаг» и «умеренная рысь» можно приближенно положить сходными.

В режиме переноса все силы, возникающие в передней ноге, фактически сводятся к инерционным усилиям и управляющим воздействиям от мускулов [12, 14, 16, 19, 26, 40]. Все основное нагружение ноги в процессе выполнения шагового цикла реализуется в режиме приема нагрузки. При этом особый интерес представляют фаза входа в режим и демпфирующие свойства ноги.

Расчетную схему ноги для рассмотрения картины нагружения в первом приближении можно составить в виде, представленном на рис. 9. Нога в продольной проекции представляет собой плоский рычажный механизм с переменной



Рис. 8. Стробоскопический фотоснимок аллюра «умеренная рысь» с работой передних ног в режиме приема нагрузки. Частота срабатывания — 20 Гц, длина пакета — 4 импульса

структурой и низшими кинематическими парами [9, 18]. При составлении схемы пренебрегаем силами инерции и силами тяжести отдельных частей ноги как несущественными факторами по сравнению с силой $\vec{F}_g$ от веса лошади, приходящегося на переднюю ногу в данной стадии цикла [16]. Запишем формулу Чебышева для нахождения подвижности плоского механизма [3, 24]:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2, \quad (4)$$

где W — подвижность (число степеней свободы) механизма; n — число подвижных звеньев; p_1 — число одноподвижных кинематических пар; p_2 — число двухподвижных кинематических пар. Очевидно, что в режиме переноса (положение II на рис. 9) подвижность механизма $W = 2$ и нога не может

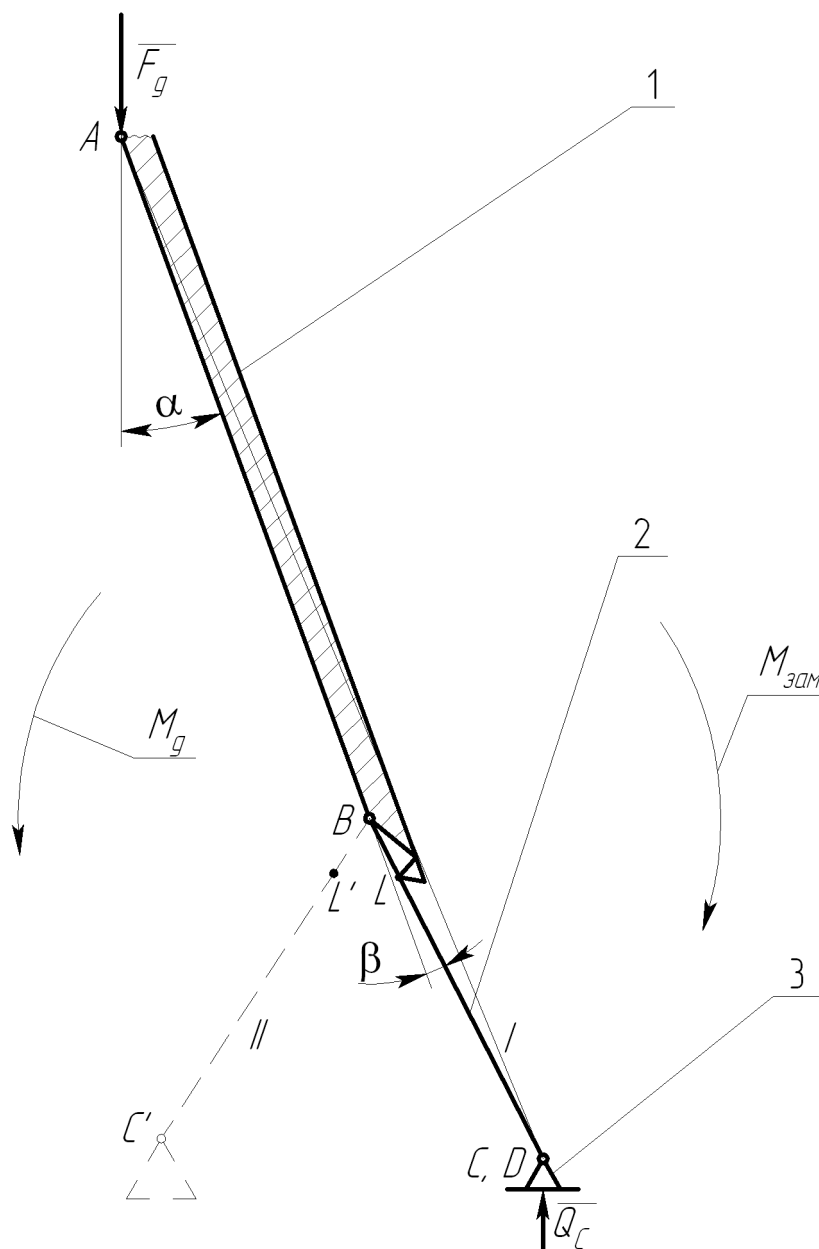


Рис. 9. Расчетная схема (в первом приближении) к определению нагружения передней ноги как механизма с переменной структурой. Здесь: 1 — плечо; 2 — предплечье; 3 — бабка с копытом; A — плечевой сустав, точка приложения силы $\vec{F}_g$ от веса лошади, приходящейся на опорную переднюю ногу; B — запястный сустав; C — путовый сустав; I — положение предплечья при работе в режиме приема нагрузки; II — то же в режиме переноса (остальные пояснения в тексте)

принимать нагрузку без приложения дополнительных силовых факторов в точках B и C. Это состояние описывается выше и интереса не представляет. В режиме же приема нагрузки совмещаются точки L и L' (рис. 9) и $W = 1$, т.е. структура механизма изменяется с исключением кинематической пары B —

путового сустава. Нога при этом нагружается внутренними силовыми факторами: реакцией $\overrightarrow{Q_C}$ и моментом M_g . Уравновешивающий момент $M_{\text{зам}}$ можно рассматривать как реактивный момент, препятствующий обратному изменению структуры механизма. Если рассматривать треугольник ABC как жесткое звено, получим:

$$\overrightarrow{Q_C} = -\overrightarrow{F_g}, \quad M_{\text{зам}} = -M_g.$$

Определим условия неизменности структуры механизма в зависимости от угла α (см. рис. 9). Зададимся соотношением длин звеньев $L_r = l_{AB}/l_{BC}$ и углом замыкания β . Рассмотрим звенья 1 и 2 как механизм, движению которого противостоит момент $M_{\text{зам}}$. Тогда реакция в кинематической паре B :

$$\overrightarrow{Q_{21}} = -\overrightarrow{Q_{12}} = \overrightarrow{F_g} \quad (5)$$

и условие неизменности структуры механизма будет выглядеть так:

$$M(\overrightarrow{Q_C})_B \geq M(\overrightarrow{F_g})_B. \quad (6)$$

Перепишем и нормируем неравенство (6) с учетом введенных ранее параметров и соотношений:

$$|\overrightarrow{Q_C}| \cdot l_{BC} \sin(\alpha + \beta) \geq |\overrightarrow{F_g}| \cdot l_{AB} \sin \alpha.$$

Отсюда

$$|\overrightarrow{Q_C}| \cdot \frac{1}{L_r} \sin(\alpha + \beta) \geq |\overrightarrow{F_g}| \cdot \sin \alpha,$$

а с учетом условия (5)

$$\frac{1}{L_r} \sin(\alpha + \beta) \geq \sin \alpha. \quad (7)$$

Нужно отметить, что при постановке задачи, соответствующей рис. 9, справедливость условия (7) сохраняется и при $\alpha + \beta < 0$. В случае характерных для экстерьера и походок лошади на шаговых и рысистых аллюрах [15, 26, 28, 34] значений параметров

$$L_r \sim 1,6; \quad \alpha \in [-25 \dots 30^\circ]; \quad \beta \sim 0,5 - 3^\circ$$

получим зависимости, представленные на рис. 10.

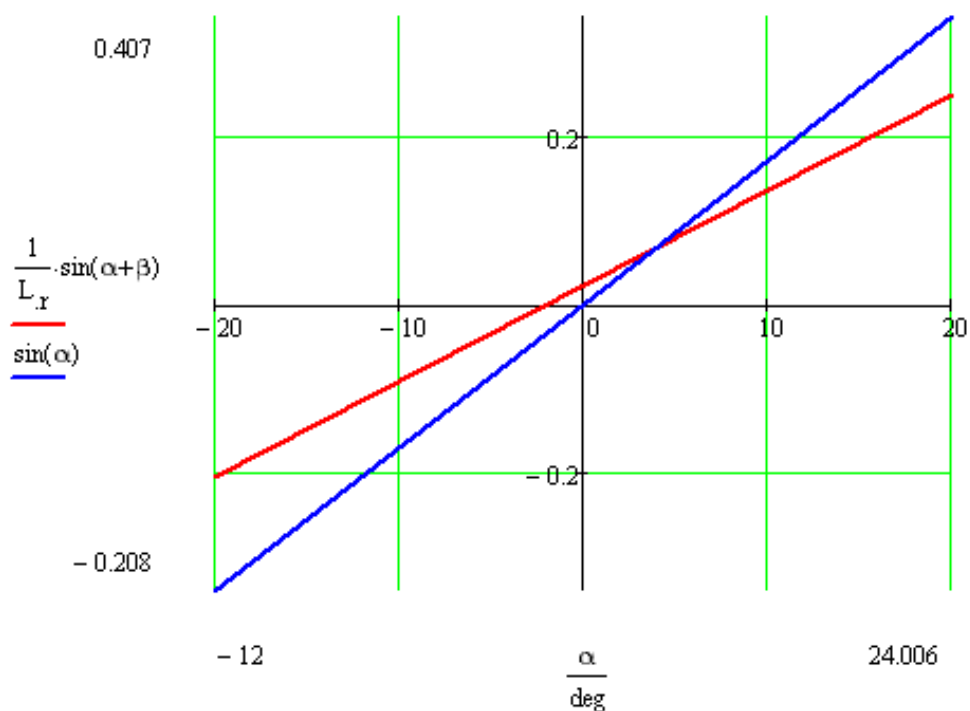


Рис. 10. Выполнение условия неизменности структуры передней ноги в режиме приема нагрузки

Условие (7) в первом приближении определяет продолжительность стадии шагового цикла, когда система вынуждена затрачивать энергию на поддержание режима приема нагрузки (отсутствия «излома» ноги в районе запястного сустава). При этом угол α при известной скорости следования является репрезентативом времени. Как видно из рис. 10, точка пересечения кривых лежит в интервале $\alpha \in [3,5 \dots 4^\circ]$. В шаговом цикле живой системы стадия, лежащая правее этого интервала, очевидно, является стадией, где возможно *принятие решения* о быстром изменении точки постановки копыта (например, при провале ноги). Длительность этой стадии зависит от скорости следования, в данном эксперименте она составляет около 0,4 с. Однако, с точки зрения устойчивости такое поведение передних ног оказывается безопасным. Действительно, можно видеть, что вторая передняя нога во время прохождения стадии принятия решения — работает в режиме приема нагрузки при $\alpha < 0$ (см. рис. 9). Тогда есть возможность не предпринимать переноса веса с одной ноги на другую и увеличить длительность работы в режиме приема нагрузки для ноги с $\alpha < 0$ ценой опускания корпуса, что, в свою очередь, ведет к резкому повышению энергозатрат в текущем шаговом цикле.

3.2. Оценка демпфирующих свойств ноги. На стробоскопическом фотоснимке (см. рис. 8) в районе путового сустава, вместе с поворотом ноги, хорошо заметна «просадка», свидетельствующая о том, что венечный комплекс работает как упругий элемент с неизвестной характеристикой. Оценим его демпфирующие свойства в предположении, что к моменту начала экспозиции исчерпаны упругие свойства грунта. Согласно формулам (1), (2) фактический масштаб фотоснимка и текущая скорость следования

$$\mu_{\text{ф}} = 1714,3 \text{ пикс/м}; \quad v_{\text{сл}} = 0,9217 \text{ м/с}.$$

Отслеживая кромки светоотражающих щитков на фотоснимке, определим величину «просадки» S , соответствующую ей величину углового перемещения бабки $\Delta\gamma$ и ее угловую скорость ω_2 для каждой из последовательных пар запечатленных положений. Расчетная схема к выполнению измерений приведена на рис. 11, результаты измерений — в табл. 4.

Табл.4

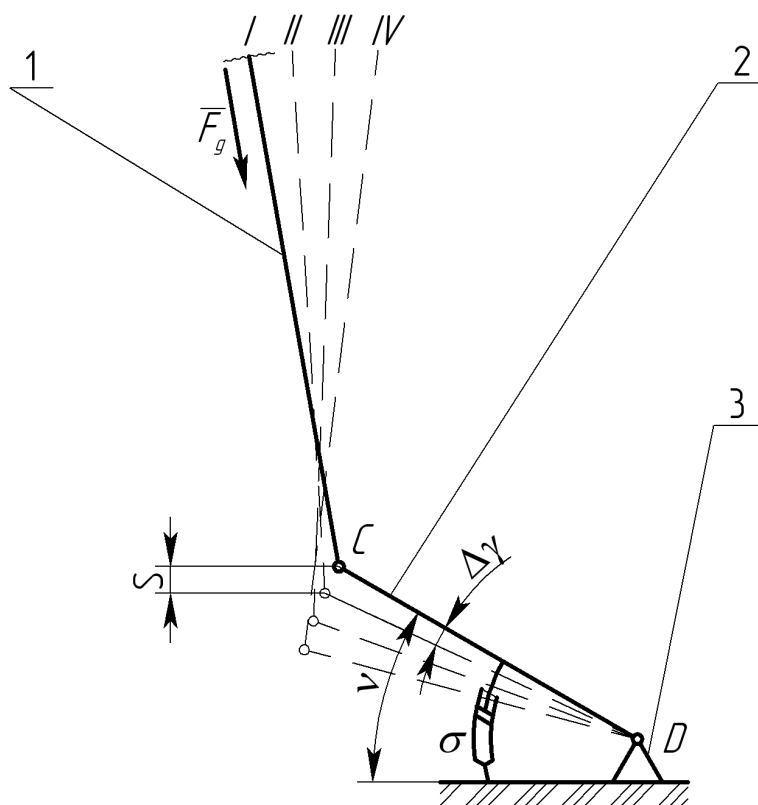


Рис. 11. Расчетная схема (в первом приближении) к определению демпфирующих свойств передней ноги: 1 — предплечье; 2 — бабка; 3 — копыто; C — путовый сустав; D — венечный комплекс; I, II, III, IV — номера стробоскопирующих импульсов в пакете (остальные пояснения в тексте)

Кинематические характеристики демпфирования в венечном комплексе

Положения	Параметр			
	S	S	$\Delta\gamma$	ω_2
	пикс	мм	град	рад/с
I–II	7	4,083	2,5067	0,875
II–III	12	7,0	4,2972	1,5
III–IV	8	4,68	2,8648	1

В каждом из положений момент от гравитационной силы, приходящейся на ногу

$$M_F = |\vec{F}_g| \cdot l_{CD} \cos \nu.$$

Тогда для каждой пары $i, i+1$ положений (см. рис. 11) изменение момента M_F можно представить в виде

$$\Delta M_{F\ i, i+1} = |\vec{F}_g| \cdot l_{CD} \cos\left(\nu_I - \sum_{j=1}^{i+1} \Delta\gamma_j\right) - |\vec{F}_g| \cdot l_{CD} \cos\left(\nu_I - \sum_{j=1}^i \Delta\gamma_j\right). \quad (8)$$

Проведение измерений по фотоснимку [29, 43] позволяет установить следующие значения геометрических параметров:

$$l_{CD} = 9,33 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad \nu_I \approx 38^\circ.$$

Значения угловых смещений $\Delta\gamma$ известны из табл. 4. Оценочное значение нагрузки от веса лошади $|\vec{F}_g|$, приходящейся на колено передней ноги в данной фазе цикла принято постоянным, равным 250 кгс (примерно 2500 Н). Постоянство оценочной нагрузки представляется допустимым из-за малой длительности исследуемого переходного процесса.

Биомеханическая крутильная жесткость венечного комплекса σ [5] для каждой пары положений на рис. 11 определяется по формуле:

$$\sigma_{i, i+1} = \frac{\Delta M_{F\ i, i+1}}{\omega_2 \cdot \Delta t}, \quad (9)$$

где Δt — продолжительность промежутка времени, за который произошло изменение момента $\Delta M_{F\ i, i+1}$, равная, в данном случае, значению выдержки между выдачей стробирующих импульсов $1/n$. С учетом выражений (8), (9) и

ранее определенных значений ω_2 (см. табл. 4) получим силовую характеристику для упругого элемента в районе венечного комплекса в форме $\sigma(\omega_2)$ (рис. 12). Результаты расчетов представлены в табл. 5.

Табл.5

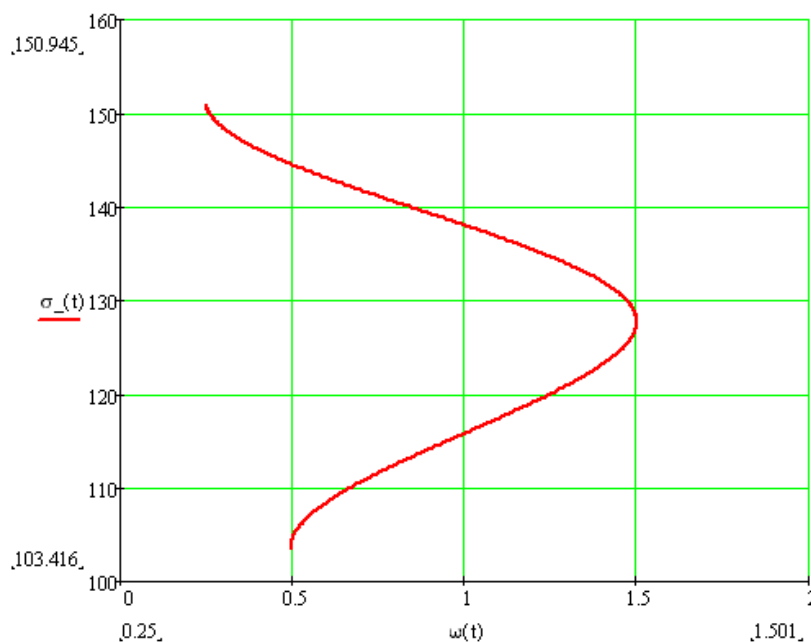


Рис. 12. Силовая характеристика упругого элемента в районе венечного комплекса

Таблица 5

Силовые характеристики демпфирования в венечном комплексе при постоянной нагрузке 250 кгс

Положения	Параметр	
	ΔM_F	σ
	Н · м	Н · [м/рад]
I–II	6,1069	139,5863
II–III	9,6171	128,2280
III–IV	5,7911	115,8220

В целом можно утверждать, что при входе ноги в режим приема нагрузки и в момент соприкосновения с опорой венечный комплекс передней ноги лошади работает как упругая подвеска [7, 30] на торсионном принципе с вязкостно-упругой характеристикой, характерной для биологических систем [32]. Пик на характеристике (см. рис. 12), скорее всего, обусловлен тем, что момент входа копыта в контакт с опорой еще не удовлетворяет условию (7) и мускулатура вынуждена выдавать дополнительный импульс силы для предотвращения

подворота ноги. Дополнительное интенсивное рассеяние энергии на венечном комплексе со сдавливанием хрящей [11] выдает стимул нервной системе, сигнализируя об успешном входе ноги в режим приема нагрузки. Пиковый характер зависимости $\sigma(\omega_2)$ повышает однозначность определения момента касания.

4. Выводы

1. На базе простого трехзвенного механизма переменной структуры реализована расчетная схема передней ноги лошади, позволяющая производить количественную и качественную оценки кинематики и нагружения опорного элемента.

2. По имеющимся стробоскопическим фотоснимкам (см. рис. 1, 5) и расчетной схеме определены траектории, линейные и угловые скорости элементов ноги при подводе к опорной поверхности.

3. Поведение скоростей элементов ноги во времени (см. рис. 6) свидетельствует о подготовке к полному вытяжению ноги, «замыканию» запястного сустава и изменению структуры кинематической цепи.

4. При постановке ноги на опору на аллюре «шаг» инерционное торможение дополняется «опережающим» поворотом опорного элемента. Существенно меньшая (порядка 2 рад/с) максимальная угловая скорость опорного элемента на аллюре «шаг» (на аллюре «умеренная рысь» порядка 12 рад/с) позволяет сделать вывод о частичном блокировании управляющих функций ноги в пользу демпфирующих свойств при повышении скорости следования.

5. Опорный элемент ноги при подводе к опоре реализует глиссадоподобную траекторию. Это обеспечивает эффективное гашение возникающих при изменении структуры ноги динамических нагрузок, а также позволяет животному оперативно реагировать на появление перед венцом копыта жесткого препятствия.

6. Определено условие неизменности структуры кинематической цепи ноги при постановке на опору, дана оценка времени, в течение которого система вынуждена затрачивать энергию на поддержание неизменности структуры передней ноги, установленной на опору.

7. Получена силовая характеристика демпфирования для венечного комплекса ноги (см. рис. 12). При входе ноги в режим приема нагрузки и в момент

соприкосновения с опорой венечный комплекс передней ноги лошади работает как упругая подвеска на торсионном принципе с вязкостно-упругой характеристикой, характерной для биологических систем.

Список литературы

1. Субъективное сенсорное восприятие. Абсолютный порог ощущения. Дифференциальный порог. Порог различения. Закон Вебера. Закон Вебера — Фехнера. Шкала Стивенса. <http://meduniver.com/Medical/Physiology/286.html> (дата обращения 02.07.2011).
2. Горяинов В.Б. Математическая статистика: Учеб. для вузов / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова, О.И. Тескин; под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
3. Фролов К.В. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. М.: Высшая школа, 1998.
4. Головин А.А. Динамика механизмов: Учеб. пособие / А.А. Головин, Ю.В. Костиков, А.Б. Красовский и др. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006.
5. Зациорский В.М., Аруин А.С., Селуянов В.Н. Биомеханика двигательного аппарата человека // Наука — спорту. М.: Физкультура и спорт, 1981.
6. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации: Учеб. для вузов // Под ред. В.С. Зарубина и А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
7. Вуколов А.Ю., Умнов Н.В., Головин А.А. Исследование кинематики походки лошади на аллюре «шаг» методом высокоскоростной стробоскопической фотосъемки // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, серия «Машиностроение», 2011. № 2. С. 35–43.
8. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2000.
9. Абдраимов С., Невенчанная Т.О. Построение механизмов переменной структуры и исследование их динамики. Фрунзе: Илим, 1990.

10. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного: Пер. с англ. // Синергетика: от прошлого к будущему. М.: Издательство ЛКИ, URSS, 2008.
11. Урусов С.П. Книга о лошади. Т. I. Спб: Русское Книжное Товарищество «Деятель», 1911.
12. Бернштейн Н.А. Общая биомеханика. М., 1926.
13. Брем А.Э. Жизнь животных. Т. I. Млекопитающие. М., 1939.
14. Касьяненко В.Г. Аппарат движения и опоры лошади (функциональный анализ). Киев, 1947.
15. Яковлев А.А. Аллюры как показатели пользовательных качеств лошадей. М., 1951.
16. Белецкий В.В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984.
17. Суханов В.Б. Общая система симметричной локомоции наземных позвоночных и особенности передвижения низших тетрапод. Л.: Наука, 1986.
18. Головин А.А. Проектирование сложных рычажных механизмов: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1995.
19. Бернштейн Н.А. Биология и физиология движений. М., 1997.
20. Дьяконов В.П. MathCAD 8/2000: специальный справочник. Спб.: Питер, 2000.
21. Колесников Г.Н. Биомеханическая модель скелетно-мышечной системы, построенная без субъективных критериев оптимальности // Российский журнал биомеханики, 2004. Т. 8, № 3. С. 19–29.
22. Воротников С.А. Информационные устройства робототехнических систем: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
23. Фролова Н.Е. О тягово-сцепных свойствах и профильной проходимости шагающих машин с цикловыми движителями // Вестник Астраханского государственного технического университета, 2006. №4 С. 310–316.
24. Тимофеев Г.А. Теория механизмов и механика машин: курс лекций. М.: Высшее образование, 2009.
25. Вуколов А.Ю. Вопросы планирования походки при проектировании че-

- тырехногих шагающих систем на примере реализации лошадыо аллюра «умеренная рысь» // Электронный журнал «Наука и образование», 2010. № 11. <http://technomag.edu.ru/doc/161856.html> (дата обращения 01.02.2011).
26. Дюрст У. Экстерьер лошади. Л., 1936.
 27. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам: Пер. с англ. // Синергетика: от прошлого к будущему. М.: КомКнига, URSS, 2005.
 28. Geddes L.A. Gaits of horses: Marey's studies // Science, 1966. V. 151, No 3707. P. 152a–152.
 29. Golovin A., Vukolov A., Potapova A. Peculiarities of flat cam measurement by results of digital photo shooting // New Trends in Mechanism Science: Analysis and Design. Springer, 2010. P. 269–276.
 30. Golovin A., Vukolov A., Umnov N. Horse gait exploration on step allure by results of high speed strobelight photography // New Trends in Mechanism Science: Analysis and Design. Springer, 2010. P. 361–368.
 31. Gonzales de Santos P., Jimenez M.A., Armada M.A. Dynamic effects in statically stable walking machines // Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1998. No 23. P. 71–85.
 32. Gordon J.E. Structures or Why Things Don't Fall Down? Harmondsworth: Penguin Books, 1978.
 33. Grogan J.W. The gaits of horses // Journal of American Veterinary Medicine Association, 1951. V. 119(893). P. 112–117.
 34. Hildebrand M. Motions of the running cheetah and horse // J. Mammal, 1959. No 40. P. 481–495.
 35. Hildebrand M. How animals ran // Scientific American, 1960 V. 202, No 5 P. 148–157.
 36. Marey E. Le mouvement. Paris, 1894.
 37. Miles W.R. Muybridge animal pictures // Science, 1929. V. 70, No 1809. P. 216a–217.
 38. Muybridge E. Animal locomotion. N.-Y., 1957.
 39. Rygg L.A. Mechanical horse. Patent Number 491.927, 1893.

40. Seifert L. Praktisches Reiten. Westberlin: Neumann Verlag, 1968.
41. Thompson C.M., Raibert M.H. Passive dynamic running // Experimental Robotics I – The First International Symposium. Montreal, June 19–21, 1989. V. 139. Springer, 1990. P. 74–83.
42. Todd D.J. Walking Machines: an Introduction to Legged Robots. London: Kogan Page Ltd, Anchor Press Ltd, 1985.
43. Yakushina E. Place function definition of the cam mechanism by the digital photography method and statistical processing of measurements results // Proceedings of Russian-Italian Students' Workshop "Problems in Robotics". Kursk, KSTU, 2008.

Kinematics and Weighting of Horse Front Leg Supporting Element during Surface Approaching Phase: Consideration as Constituents of the Four-legged Propulsor Cycle

77-30569/309571

02, February 2012

A. Yu. Vukolov

Bauman Moscow State Technical University
twdragon@bmstu.ru

The experimental-based analysis of horse's front legs kinematics and stressing on "step" and "trot" allures are given in this paper for hoof landing preparation phase. The paper contains estimations of linear and angular speeds and consideration of stressing the leg as a mechanism with variable structure and simple schema. Also the estimation of hoof elastic properties is proposed with stressing characterization plotting. This paper is based in facts on the author's investigation that was described in [8].

References

1. Sub'ektivnoe sensornoe vosprijatie. Absolutnyj porog owuwenija. Differencial'nyj porog. Porog razlichenija. Zakon Vebera. Zakon Vebera — Fehnera. Shkala Stivena. <http://meduniver.com/Medical/Physiology/286.html> (data obrawenija 02.07.2011).
2. Gorjainov V.B. Matematicheskaja statistika: Ucheb. dlja vuzov / V.B. Gorjainov, I.V. Pavlov, G.M. Cvetkova, O.I. Teskin; pod red. V.S. Zarubina i A.P. Kriwenko. M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2002.
3. Frolov K.V. Teorija mehanizmov i mehanika mashin: Ucheb. dlja vtuzov / K.V. Frolov, S.A. Popov, A.K. Musatov i dr. M.: Vysshaja shkola, 1998.

4. Golovin A.A. Dinamika mehanizmov: Ucheb. posobie / A.A. Golovin, Ju.V. Kostikov, A.B. Krasovskij i dr. M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2006.
5. Zaciorskij V.M., Aruin A.S., Selujanov V.N. Biomehanika dvigatel'nogo apparata cheloveka // Nauka — sportu. M.: Fizkul'tura i sport, 1981.
6. Attetkov A.V., Galkin S.V., Zarubin V.S. Metody optimizacii: Ucheb. dlja vuzov // Pod red. V.S. Zarubina i A.P. Kriwenko. M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana, 2003.
7. Vukolov A.Ju., Umnov N.V., Golovin A.A. Issledovanie kinematiki pohodki loshadi na alljure «shag» metodom vysokoskorostnoj stroboskopicheskoj fotos'jomki // Vestnik MGTU im. N.Je. Baumana, serija «Mashinostroenie», 2011. № 2. S. 35–43.
8. Plis A.I., Slivina N.A. MathCAD 2000. Matematicheskij praktikum dlja jekonomistov i inzhenerov: Ucheb. posobie. M.: Finansy i statistika, 2000.
9. Abdraimov S., Nevenchannaja T.O. Postroenie mehanizmov peremennoj struktury i issledovanie ih dinamiki. Frunze: Ilim, 1990.
10. Nikolis G., Prigozhin I. Poznanie slozhnogo: Per. s angl. // Sinergetika: ot proshlogo k buduwemu. M.: Izdatel'stvo LKI, URSS, 2008.
11. Urusov S.P. Kniga o loshadi. T. I. Spb: Russkoe Knizhnoe Tovariwestvo «Dejatel'», 1911.
12. Bernshtejn N.A. Obwaja biomehanika. M., 1926.
13. Brem A.Je. Zhizn' zhivotnyh. T. I. Mlekopitajuwie. M., 1939.
14. Kas'janenko V.G. Apparat dvizhenija i opory loshadi (funkcional'nyj analiz). Kiev, 1947.
15. Jakovlev A.A. Alljury kak pokazateli pol'zovatel'nyh kachestv loshadej. M., 1951.
16. Beleckij V.V. Dvunogaja hod'ba: model'nye zadachi dinamiki i upravlenija. M.: Nauka, 1984.
17. Suhanov V.B. Obwaja sistema simmetrichnoj lokomocii nazemnyh pozvonochnyh i osobennosti peredvizhenija nizshih tetrapod. L.: Nauka, 1986.

18. Golovin A.A. Proektirovanie slozhnyh ryhazhnyh mehanizmov: Ucheb. posobie. M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Bauman, 1995.
19. Bernshtejn N.A. Biologija i fiziologija dvizhenij. M., 1997.
20. D'jakonov V.P. MathCAD 8/2000: special'nyj spravocnik. Spb.: Piter, 2000.
21. Kolesnikov G.N. Biomehanicheskaja model' skeletno-myshečnoj sistemy, postroennaja bez sub'ektivnyh kriteriev optimal'nosti // Rossijskij zhurnal biomehaniki, 2004. T. 8, № 3. S. 19–29.
22. Vorotnikov S.A. Informacionnye ustrojstva robototekhnicheskikh sistem: Ucheb. posobie. M.: Izd-vo MGTU im. N.Je. Bauman, 2005.
23. Frolova N.E. O tjagovo-scepnnyh svojstvah i profil'noj prohodimosti shagajuvihi mashin s ciklovymi dvizhiteljami // Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2006. №4 S. 310–316.
24. Timofeev G.A. Teorija mehanizmov i mehanika mashin: kurs lekcij. M.: Vysshee obrazovanie, 2009.
25. Vukolov A.Ju. Voprosy planirovanija pohodki pri proektirovanii chetyrehnogih shagajuvihi sistem na primere realizacii lošad'ju alljura «umerennaja rys'» // Jelektronnyj zhurnal «Nauka i obrazovanie», 2010. № 11. <http://technomag.edu.ru/doc/161856.html> (data obrawenija 01.02.2011).
26. Djurst U. Jekster'er lošadi. L., 1936.
27. Haken G. Informacija i samoorganizacija. Makroskopicheskij podhod k slozhnym sistemam: Per. s angl. // Sinergetika: ot proshlogo k buduwemu. M.: KomKniga, URSS, 2005.
28. Geddes L.A. Gaits of horses: Marey's studies // Science, 1966. V. 151, No 3707. P. 152a–152.
29. Golovin A., Vukolov A., Potapova A. Peculiarities of flat cam measurement by results of digital photo shooting // New Trends in Mechanism Science: Analysis and Design. Springer, 2010. P. 269–276.
30. Golovin A., Vukolov A., Umnov N. Horse gait exploration on step allure by results of high speed strobelight photography // New Trends in Mechanism Science: Analysis and Design. Springer, 2010. P. 361–368.
31. Gonzales de Santos P., Jimenez M.A., Armada M.A. Dynamic effects in statically

- stable walking machines // Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1998. No 23. P. 71–85.
32. Gordon J.E. Structures or Why Things Don't Fall Down? Harmondsworth: Penguin Books, 1978.
 33. Grogan J.W. The gaits of horses // Journal of American Veterinary Medicine Association, 1951. V. 119(893). P. 112–117.
 34. Hildebrand M. Motions of the running cheetah and horse // J. Mammal, 1959. No 40. P. 481–495.
 35. Hildebrand M. How animals ran // Scientific American, 1960 V. 202, No 5 P. 148–157.
 36. Marey E. Le mouvement. Paris, 1894.
 37. Miles W.R. Muybridge animal pictures // Science, 1929. V. 70, No 1809. P. 216a–217.
 38. Muybridge E. Animal locomotion. N.-Y., 1957.
 39. Rygg L.A. Mechanical horse. Patent Number 491.927, 1893.
 40. Seifert L. Praktisches Reiten. Westberlin: Neumann Verlag, 1968.
 41. Thompson C.M., Raibert M.H. Passive dynamic running // Experimental Robotics I – The First International Symposium. Montreal, June 19–21, 1989. V. 139. Springer, 1990. P. 74–83.
 42. Todd D.J. Walking Machines: an Introduction to Legged Robots. London: Kogan Page Ltd, Anchor Press Ltd, 1985.
 43. Yakushina E. Place function definition of the cam mechanism by the digital photography method and statistical processing of measurements results // Proceedings of Russian-Italian Students' Workshop "Problems in Robotics". Kursk, KSTU, 2008.