

О квантовом пределе проводимости и высокочастотной проводимости металлических сплавов**77-30569/284968**

12, декабрь 2011

Юрасов Н. И., Юрасов А. Н.

УДК 537.1

МГТУ им. Н.Э. Баумана

МГТУ МИРЭА

nikyurasov@yandex.rualexey_yurasov@mail.ru

У массивных образцов неупорядоченных сплавов был обнаружен предел удельного сопротивления (корреляция Муиджи) [1]. Его значение имеет порядок 1,5 мкОм*м. Представляет интерес проанализировать этот предел, как для массивных образцов, так и для тонких плёнок и малых частиц в пористой среде, а также рассмотреть его влияние на высокочастотную проводимость.

Рассмотрим модель металла, как модель электронного газа Ферми, при условии когда длина свободного пробега равна среднему расстоянию между атомами a . Используем формулу для проводимости в модели Друде:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_*}, \quad (1)$$

где n , τ , m_* - концентрация электронов проводимости, время свободного пробега и масса электрона проводимости соответственно, а e – заряд электрона. Умножим числитель и знаменатель на скорость Ферми. Тогда имеем формулу

$$\sigma = \frac{ne^2 a}{p_F}. \quad (2)$$

Формула (2) является базовой для модели грязного металла. Учитывая, что импульс Ферми в данной модели имеет вид $p_F = (3\pi^2 n)^{1/3} \hbar$, где $2\pi\hbar$ – постоянная Планка, получаем формулу для статической проводимости в модели «грязного металла»

$$\sigma = \frac{e^2 n^{2/3} a}{(3\pi^2)^{1/3} \hbar}, \quad (3)$$

которая указывает на существование предела для удельного сопротивления. Формула (3) при использовании обычного преобразования $\frac{1}{\tau} \rightarrow \frac{1}{\tau} - i\omega$ переходит в формулу для динамической проводимости в модели «грязного металла»:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n^{2/3} v_F}{(3\pi^2)^{1/3} \hbar \left(\frac{v_F}{a} - i\omega \right)}. \quad (4)$$

Формула (4) допускает обобщение для малой частицы радиуса r . С помощью преобразования $\frac{v_F}{a} \rightarrow \frac{v_F}{a} + \frac{v_F}{2r}$ (простейшего учёта увеличения числа столкновений из-за дополнительных столкновений с поверхностью) была получена формула:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n^{2/3} v_F}{(3\pi^2)^{1/3} \hbar \left(v_F \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2r} \right) - i\omega \right)}. \quad (5)$$

Более точные формулы для проводимости малой частицы получаются при учёте квантования импульса электрона. Так как радиальная компонента импульса равна:

$$p_r = \frac{\pi \hbar N}{r}, \quad N = \frac{r}{a}, \quad (6)$$

то радиальная составляющая скорости на поверхности Ферми определяется по формуле:

$$v_{rF} = \frac{\pi \hbar (N + \frac{1}{2})}{m_e r}. \quad (7)$$

Поэтому более точная формула для частотной зависимости проводимости малой сферической частицы имеет следующую форму:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n^{2/3} v_F}{(3\pi^2)^{1/3} \hbar \left(v_F \left(\frac{1}{a} \right) + \frac{\pi \hbar (2r+a)}{4m_e a r^2} - i\omega \right)}. \quad (8)$$

Рассмотрим тонкую плёнку толщиной L . Её статическая проводимость, при учёте квантования импульса электрона, определяется по формуле:

$$\sigma(\omega = 0) = \frac{e^2 n^{2/3} v_F}{(3\pi^2)^{1/3} \hbar \left(v_F \left(\frac{1}{a} \right) + \frac{\pi \hbar (L + \frac{a}{2})}{2m_e a L^2} \right)}. \quad (9)$$

Частотная зависимость проводимости для плёнки имеет следующую форму в этом случае:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n^{2/3} v_F}{(3\pi^2)^{1/3} \hbar (v_F (\frac{1}{\alpha}) + \frac{\pi \hbar (L + \frac{\alpha}{2})}{2m_Q \alpha L^2} - i\omega)} \quad (10)$$

Перейдём к рассмотрению магнитного сплава. Предположим, что закон дисперсии электронов по-прежнему квадратичный и электроны имеют спиновую поляризацию, которую обозначим $Q=(\uparrow, \downarrow)$. Тогда закон дисперсии электронов со спиновой поляризацией Q имеет вид следующей формулы:

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m_Q} \mp \frac{\Delta}{2} \mp \mu_B H, \quad (11)$$

где E_F – энергия Ферми, $Q=(\uparrow, \downarrow)$, $\uparrow \leftrightarrow (-)$, $\downarrow \leftrightarrow (+)$, Δ – энергия спинового расщепления, μ_B – магнетон Бора, H – напряженность магнитного поля, m_Q – эффективная масса электрона с фиксированной спиновой поляризацией. Формула (1) для электронов с фиксированной спиновой поляризацией изменяется и принимает вид:

$$\sigma_Q = \frac{e^2 n_Q \tau_Q}{m_Q}. \quad (12)$$

После умножение числителя и знаменателя на фермиевскую скорость v_{QF} получается формула аналогичная формуле (2), а именно:

$$\sigma_Q = \frac{e^2 n_Q \tau_Q}{p_{QF}} v_{QF}, \quad (13)$$

где $p_{QF} = (6\pi^2 n_Q)^{1/3} \hbar$, $v_{QF} = p_{QF}/m_Q$. Считается, что оптическая проводимость, измеряемая экспериментально, соответствует условию единственного времени свободного пробега электронов [2], поэтому можно принять условие:

$$\tau_{\uparrow} = \tau_{\downarrow} = \tau. \quad (14)$$

При использовании условия (14), формул (12) – (13), а также с учётом сложения проводимостей подсистем электронов, поляризованных по спину, и формулы (11), получается следующая формула для проводимости:

$$\sigma = \left(\frac{2}{9\pi^4}\right)^{1/3} \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 E_F \tau \left(n_{\uparrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{\Delta}{2E_F} + \frac{\mu_B H}{E_F} \right) + n_{\downarrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{\Delta}{2E_F} - \frac{\mu_B H}{E_F} \right) \right). \quad (15)$$

В магнитных металлах и сплавах возможен и часто реализуется случай инверсии уровней в системе электронов проводимости [3]. При этом выполняются следующие условия:

$$n_{\downarrow} > n_{\uparrow} \text{ и } \Delta < 0, \mu_B H < 0. \quad (16)$$

Тогда из формулы (15) следует уменьшение сопротивления ρ с увеличением напряженности магнитного поля, т.к. $\rho = (1/\sigma)$. При температуре $T > (2/3)T_D$, где T_D - температура Дебая, обычно выполняются условия:

$$\left| \frac{\Delta}{2E_F} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\mu_B H}{E_F} \right| \ll 1, \quad (17)$$

поэтому зависимость сопротивления от магнитного поля получается линейной. Это линейное уменьшение сопротивления при увеличении напряженности магнитного поля качественно соответствует, например, результатам экспериментального исследования для сплава $\text{Ni}_{0,9942}\text{Co}_{0,0058}$, выполненным при $T=294$ К [4].

Формула (13) допускает обобщение с использованием замены: $\frac{1}{\tau_Q} \rightarrow \frac{1}{\tau_Q} - i\omega$

и преобразование приводит к искомой формуле частотной зависимости проводимости:

$$\sigma_Q(\omega) = \frac{e^2 n_Q \tau_Q}{m_Q (1 - i\omega \tau_Q)}. \quad (18)$$

При наличии двух групп электронов проводимости, поляризованных по спину, имеем следующий результат:

$$\sigma(\omega) = \left(\frac{2}{9\pi^4} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{e}{\hbar} \right)^2 E_F \left(\frac{n_{\uparrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{\Delta}{2E_F} + \frac{\mu_B H}{E_F} \right) \tau_{\uparrow}}{1 - i\omega \tau_{\uparrow}} + \frac{n_{\downarrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{\Delta}{2E_F} - \frac{\mu_B H}{E_F} \right) \tau_{\downarrow}}{1 - i\omega \tau_{\downarrow}} \right). \quad (19)$$

Важно отметить, что формула для статической проводимости $\sigma(\omega = 0)$ в общем случае двух групп электронов, имеющих различную фиксированную спиновую поляризацию, получается из формулы (19) при предельном переходе ($\omega \rightarrow 0$).

Теперь рассмотрим проводимость малой сферической частицы. Применим преобразование $\frac{1}{\tau_Q} \rightarrow \frac{1}{\tau_Q} + \frac{v_{QF}}{2r}$ к формуле (19) при учёте квантования импульса электрона проводимости. В итоге получается искомая формула частотной зависимости проводимости:

$$\sigma(\omega) = \left(\frac{2}{9\pi^4}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 E_F \left(\frac{n_{\uparrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{\Delta}{2E_F} + \frac{\mu_B H}{E_F}\right) \tau_{\uparrow}}{1 + v_{\uparrow F} \left(\frac{\tau_{\uparrow}}{2r}\right) - \omega i \tau_{\uparrow}} + \frac{n_{\downarrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{\Delta}{2E_F} - \frac{\mu_B H}{E_F}\right) \tau_{\downarrow}}{1 + v_{\downarrow F} \left(\frac{\tau_{\downarrow}}{2r}\right) - \omega i \tau_{\downarrow}} \right), \quad (20)$$

где $v_{QF} = \frac{\pi \hbar}{m_Q} \left(\frac{1}{a_Q} + \frac{1}{2r}\right)$, $a_Q = \tau_Q v_{QF}$. Величина a_Q имеет смысл средней длины свободного пробега электронов с фиксированной спиновой поляризацией.

Рассмотрим тонкую пленку магнитного сплава толщиной L . Проводя выкладки аналогичные тем, которые выполнялись для получения формулы (10), имеем следующую формулу для частотной зависимости проводимости:

$$\sigma(\omega) = \left(\frac{2}{9\pi^4}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 E_F \left(\frac{n_{\uparrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 + \frac{\Delta}{2E_F} + \frac{\mu_B H}{E_F}\right) \tau_{\uparrow}}{1 + \frac{\pi(a_{\uparrow} + 2L)\hbar\tau_{\uparrow}}{4m_{\uparrow}a_{\uparrow}L^2} - \omega i \tau_{\uparrow}} + \frac{n_{\downarrow}^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{\Delta}{2E_F} - \frac{\mu_B H}{E_F}\right) \tau_{\downarrow}}{1 + \frac{\pi(a_{\downarrow} + 2L)\hbar\tau_{\downarrow}}{4m_{\downarrow}a_{\downarrow}L^2} - \omega i \tau_{\downarrow}} \right). \quad (21)$$

Формула (21) определяет частотную зависимость проводимости при наличии двух групп электронов проводимости, имеющих противоположную спиновую поляризацию. Как формула (21), так и все формулы для проводимости, а именно: (2)-(5), (8)-(10), (12)-(13), (15), (18)-(21) - получена для области высоких температур порядка 100K, близких к температуре Дебая. Эта область температур соответствует “размягчению” атомной структуры сплава и переходу в состояние, близкое к изотропной среде. В этой области температур обычно температура Дебая много меньше температуры Ферми для электронов проводимости. Поэтому предполагалось, что поверхность Ферми состоит из сферических листов. Такое предположение широко используется для анализа магнетизма и кинетики нормальных и переходных металлов в теории электронной ферми-жидкости [5]. Таким образом, можно утверждать, что квантовый предел проводимости металлических сплавов естественным образом следует из теории изотропной электронной жидкости, когда температура Дебая много меньше температуры Ферми электронов проводимости.

Необходимо сделать следующие важные замечания. Формулы (19)-(21) могут применяться также и для немагнитных сплавов, помещённых в магнитное поле. Эти соотношения для магнитных сплавов также можно применять в более простых формах, используя условие (14). Также важно отметить, что в рассматриваемой задаче исключался случай пространственной дисперсии проводимости, который может иметь место в очень чистых образцах (с длиной свободного пробега много большей среднего расстояния между атомами) при температурах много меньше температуры Дебая.

Выводы

1. Получены формулы для статической и динамической проводимости тонких плёнок и малых частиц в пористой среде в квантовом пределе проводимости металлических сплавов, применимые как для немагнитных, так и для магнитных сплавов. Указана и обоснована область применимости полученных формул.
2. Выдвинута и обоснована гипотеза о причинах существования квантового предела для проводимости сплавов в независимости от их магнитного порядка.

Данная работа поддержана грантом Президента РФ МК-2261.2011.2

Список литературы

- [1] Ведяев А.В., Грановский А.Б., Котельникова О.А. Кинетические явления в неупорядоченных ферромагнитных сплавах. М.: Изд-во МГУ, 1992, 160с.
- [2] Landolt-Bornstein Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology New Series Group III Volume 15 , Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985
- [3] Кринчик Г.С., Ганьшина Е.А., Гуцин В.С. Спин-орбитальное расщепление 0.7 эВ перехода и электронная структура ферромагнитного никеля// Письма в ЖЭТФ, 1968, т. 8, вып.2, с.53-58.
- [4] McGuire T.R., Potter R.I. Anisotropic magnetoresistance in ferromagnetic 3d alloys// IEEE Transactions on Magnetism, 1975, v. 11, № 4, p. 1018-1039.
- [5] Moriya T. Spin fluctuation in itinerant electron magnetism. Berlin, New-York, Springer-Verlag, 1985, 239 p.

About conductivity quantum limit and high-frequency conductivity of metallic alloys

77-30569/284968

12, December 2011

Yurasov N.I., Yurasov A.N.

Bauman Moscow State Technical University

Moscow State Technical University MIREA

nikyurasov@yandex.ru

alexey_yurasov@mail.ru

It is of great interest to analyze the limit of specific resistance of disordered alloys both for massive models and for thin films and small particles in porous medium, and also to examine its influence on high-frequency conductivity. This work is dedicated to solution of these problems. All calculations are carried out for the model of metal as a model of Fermi gas of electrons on condition that the free path is equal to the average bond radius. The authors obtained formulas for static and dynamic conductivity of thin films and small particles in porous medium which can be applied both for nonmagnetic and magnetic alloys. The authors stated the field of applicability of the obtained formulas. They proposed and justified a hypothesis about reasons of the quantum limit existence for conductivity of alloys which is independent of magnetic order.

Publications with keywords: [alloys resistance](#), [Fermi gas of electrons](#), [electrons of conductivity](#), [quantization of impulse](#), [the Debay temperature](#), [magnetoresistance](#), [high-frequency conductivity](#)

Publications with words: [alloys resistance](#), [Fermi gas of electrons](#), [electrons of conductivity](#), [quantization of impulse](#), [the Debay temperature](#), [magnetoresistance](#), [high-frequency conductivity](#)

Reference

1. Vediaev A.V., Granovskii A.B., Kotelnikova O.A., Kinetic phenomena in disordered ferromagnetic alloys, Moscow, Izd-voMGU, 1992, 160 p.
2. Landolt-Bornstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology New Series Group III, Volume 15, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.
3. Krinchik G.S., Gan'shina E.A., Gushchin V.S., Pis'ma v ZhETF 8 (2) (1968) 53-58.

4. McGuire T.R., Potter R.I., Anisotropic magnetoresistance in ferromagnetic 3d alloys, IEEE Transactions on Magnetism 11 (4) (1975) 1018-1039.
5. Moriya T., Spin fluctuation in itinerant electron magnetism, Berlin, New-York, Springer-Verlag, 1985, 239 p.