электронное научно-техническое издание
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС 77 - 30569. Государственная регистрация №0421100025. ISSN 1994-0408

Использование интегрального и дифференциального методов теории дифракции для прогноза напряженности поля над земной поверхностью

77-30569/247813

11, ноябрь 2011

Ахияров В. В.

УДК. 621.371

НИИРЭТ МГТУ имени Н.Э. Баумана
vakhiyarov@gmail.com

Задачи, связанные с определением характеристик электромагнитного поля, рассеянного объектами, называются дифракционными. В самой общей постановке дифракционная задача состоит в определении комплексных векторов напряженности электрического и магнитного поля, удовлетворяющих системе уравнений Максвелла, граничным условиям на поверхности объекта и условиям излучения на бесконечности.

Наиболее общим подходом при решении дифракционных задач является метод, основанный на численном решении интегральных уравнений (ИУ) Стреттона-Чу относительно неизвестной функции плотности поверхностного тока [1]. Для численного решения интегральных уравнений используется метод разложения неизвестной функции по N базисным функциям (число N равно числу элементарных площадок, на которые разбивается поверхность объекта). Далее требуется использовать N весовых функций, что приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с матрицей размерностью $N \times N$.

Считается, что для получения приемлемой точности линейный размер площадки не должен превышать $\lambda/(5...7)$, где λ - длина волны в свободном пространстве, поэтому при увеличении размеров анализируемого объекта или при увеличении частоты размерность матрицы СЛАУ стремительно увеличивается. В качестве примера в таблице 1 приведены требования к объему оперативной памяти, необходимой для хранения элементов матрицы СЛАУ при расчете распределения токов на поверхности параболической антенны. Видно, что при прямом численном решении интегрального уравнения требования к оперативной памяти существенно превышают возможности современного персонального компьютера.

Таблица 1 – Оценка требуемой оперативной памяти [2]

Диаметр антенны	N	Память
19λ	100 000	150 Гб
38λ	400 000	2 400 Гб
72λ	1 500 000	33 500 Гб

Однако, существует большое число скалярных дифракционных задач, решение которых можно получить за приемлемое время без использования распределенных вычислений. Прежде всего, это относится к численным методам расчета напряженности поля над земной поверхностью. Данные методы пришли на смену известным аналитическим формулам, которые основаны на решении модельных задач дифракции при использовании допущений о том, что земная поверхность является гладкой и сферической, вертикальная стратификация атмосферы – линейная и т.д.

Численные методы свободны от подобных ограничений и основной вопрос, возникающий при их использовании, заключается в реализации эффективных вычислительных алгоритмов. В данной работе для прогноза напряженности поля с учетом рельефа земной поверхности рассматриваются методы, основанные на численном решении интегрального и параболического уравнений.

Поскольку в УКВ диапазоне практически все типы земной поверхности являются диэлектриками, можно считать, что при скользящем падении радиоволн коэффициент отражения при вертикальной и горизонтальной поляризации $R_{В,\,Г} \approx -1$, что соответствует краевому условию Дирихле. Для вертикальной поляризации поля источника это соответствует отражению от поверхности идеального магнитного проводника, и в этом случае имеют место граничные условия:

$$\vec{n} \times \vec{H} = 0, \ \underset{\perp}{\vec{n} \cdot \vec{E} = 0}, \tag{1}$$

где $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – напряженности электрического и магнитного поля на рассеивающей поверхности, $\vec{n}$ – вектор нормали, направленный в область вычисления рассеянного поля (рис. 1).

Далее, для получения приемлемых по точности результатов при разумных вычислительных затратах, полагаем, что поверхность является цилиндрической с профилем, не зависящим от координаты *y*. При вертикальной поляризации излучения ($H^0 \perp XOZ$) в пределах первой зоны Френеля это эквивалентно условию:

$$\vec{n} \cdot \vec{H} \approx 0. \tag{2}$$

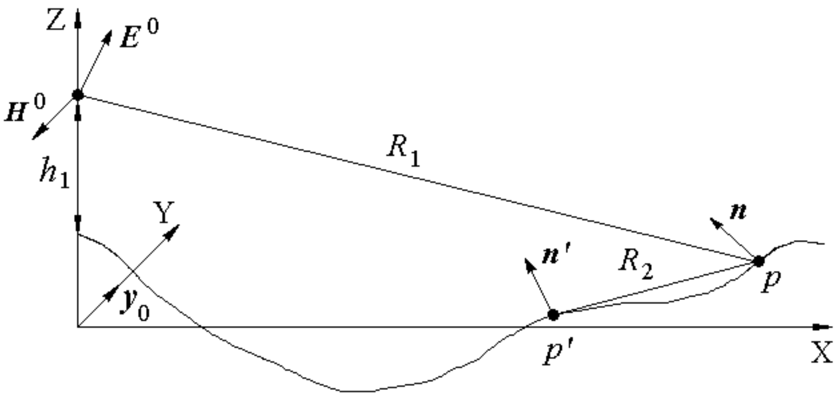

Рис. 1. Определение поверхностной плотности тока

Для численного решения рассматриваемой задачи интегральные формулы Стреттона-Чу, с учетом (1) и (2) можно представить в виде скалярных ИУ Фредгольма 1-го и 2-го рода. Как показали вычислительные эксперименты [3], предпочтительным является ИУ Фредгольма 1-го рода:

$$H^0(p) = \frac{\omega\varepsilon_0}{4} \int_L M(p') H_0^{(2)}(kR_2) dl\,, \tag{3}$$

где $H^0(p)$ – поле источника, $M(p')$ – искомое распределение плотности поверхностного магнитного тока, R_2 – расстояние между точками интегрирования p' и наблюдения p (рис.1), $H_0^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка, L – профиль трассы, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, ω – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число (λ – длина электромагнитной волны).

Для численного решения ИУ (3) следует представить в виде системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$[Q_n] = \lfloor Z_{n\,m} \rfloor [M_m]. \tag{4}$$

В (4) использованы следующие обозначения: $[Q_n]$ – дискретные значения источника поля, в качестве которого рассматривается нить магнитного тока единичной амплитуды, $[M_m]$ – искомая плотность поверхностного тока, элементы матрицы $\lfloor Z_{n\,m} \rfloor$ вычисляются следующим образом:

$$Z_{n,m} = \begin{cases} \frac{\omega\varepsilon_0}{4} H_0^{(2)}(kR_2)\Delta l, & n \neq m \\ \frac{\omega\varepsilon_0}{4} H_0^{(2)}\left(k\frac{\Delta l}{2}\right)\Delta l, & n = m \end{cases},$$

где Δl – шаг по профилю трассы.

Для получения приемлемого по точности результата требуется выполнение условия $\Delta l \leq \lambda/3$, что приводит к необходимости решения СЛАУ огромного размера. Однако, если не учитывать обратное рассеяние, СЛАУ (4) решать не требуется, поскольку в этом случае матрица $\lfloor Z_{n\,m} \rfloor$ является нижней треугольной. Поэтому для вычисления плотности поверхностного тока используется простой вычислительный алгоритм [3]:

$$M_n \approx \frac{1}{Z_{n\,n}}\left(Q_n - \sum_{m=0}^{n-1} Z_{n\,m} M_m\right).$$

Поле в точке наблюдения q над рассеивающей поверхностью определяется выражением [3]:

$$H(q) = \frac{\omega\varepsilon_0}{4}\int_L M(q')H_0^{(2)}(kD)dl,$$

где $D = |q - q'|$, q и q' – точки наблюдения и интегрирования, $q' \in L$.

Полное поле в точке q определяется не только рассеянным, но и первичным полем, поэтому для получения окончательного результата следует вычислить сумму $H(q)$ и $H^0(q)$.

При решении задачи дифракции над земной поверхностью важным является вопрос о соответствии приближения идеального магнитного проводника реальным электрическим параметрам трассы распространения. Сравнение численного расчета для задачи дифракции с краевым условием Дирихле и аналитического решения для поверхности с электрическими параметрами, соответствующими сухой почве, показало, что в УКВ диапазоне приближение идеального магнитного проводника вполне приемлемо для вычисления напряженности поля над земной поверхностью [3].

Результаты расчетов множителя ослабления для реального профиля трассы, представленного на рис. 2, показаны на рис. 3. Решение было получено при следующих исходных данных: λ = 3 м, высоты источника и приемника $h_1 = h_2 = 10\ м$, $\Delta l = \lambda/3$. Невязка краевого условия $\delta < -40\ дБ$, что свидетельствует о высокой точности вычислений.

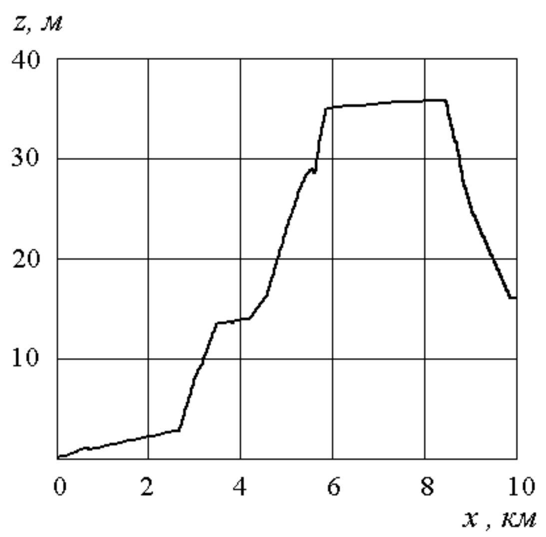

Рис. 2. Профиль трассы

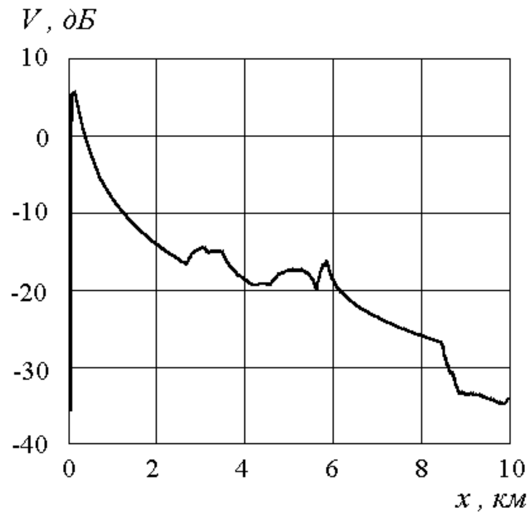

Рис. 3. Дистанционная зависимость множителя ослабления

Идея метода параболического уравнения принадлежит М.А. Леонтовичу, который преобразовал исходную краевую задачу для уравнения Гельмгольца (эллиптического типа) к уравнению параболического типа. Далее М.А. Леонтович и В.А. Фок получили аналитическое решение параболического уравнения (ПУ) для частных случаев распространения радиоволн в линейной и слоисто-однородной атмосфере [4]. В настоящее время существуют эффективные алгоритмы численного решения ПУ для произвольного профиля рельефа и показателя преломления $n(x,z)$ [5]. Поскольку рассматриваемая задача считается плоской, при горизонтальной поляризации излучения отличной от нуля является поперечная компонента электрического поля, а при вертикальной поляризации решение ищется для поперечной компоненты магнитного поля.

Параболическое уравнение для амплитуды поля $u(x,z)$ над сферической моделью Земли, справедливое в малоугловом (параксиальном) приближении при $|\theta_{\max}| < 15^0$ (см. рис. 4) имеет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{j}{2}\left\{\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\left(m(x,z)^2 - 1\right)\right\}u(x,z) = 0, \qquad (5)$$

где $m(x,z) \cong n(x,z) + \dfrac{z}{a}$ – модифицированный показатель преломления (a – радиус Земли).

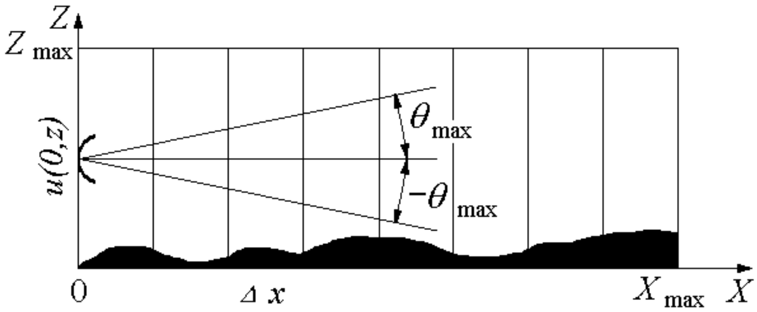

Рис.4. Геометрия задачи

Для численной реализации уравнение (5) необходимо дополнить граничным условием (как и при решении ИУ, хорошим приближением будет краевое условие Дирихле).

Алгоритм решения уравнения (5) заключается в следующем: на дальности x поле $u(x,z)$ разлагается в угловой спектр плоских волн, который умножается на передаточную функцию слоя пространства $G(p)=\mathrm{e}^{jk\left(\sqrt{1-\frac{p^2}{k^2}}-1\right)\Delta x}$. Далее вычисляется обратное преобразование Фурье, соответствующее распределению поля по высоте на дальности $x+\Delta x$, и результат умножается на фазовый множитель, учитывающий рефракцию радиоволн:

$$u(x+\Delta x,z)=\mathrm{e}^{j\frac{k}{2}\left(n(x,z)^2-1+2\frac{z}{a}\right)\Delta x}F^{-1}\left[F[u(x,z)]\mathrm{e}^{jk\left(\sqrt{1-\frac{p^2}{k^2}}-1\right)\Delta x}\right]. \qquad (6)$$

где $p=k\sin\theta$, $F[...]$ и $F^{-1}[...]$ - прямое и обратное преобразование Фурье.

Отметим, что условие Дирихле соответствует синус-преобразованию Фурье, однако этот же результат можно получить с помощью преобразования Фурье, если дополнить область расчета ее зеркальным изображением. Последний вариант является более предпочтительным, поскольку быстрое преобразование Фурье реализовано практически во всех программах компьютерной математики.

Поле источника излучения моделируется линейной апертурой с известным распределением поля. Для граничных условий Дирихле преобразование Фурье начального распределение поля $u(0,z)$ имеет вид:

$$U(0,p)=F(p-p_A)\mathrm{e}^{-jpz_A}-F(p_A-p)\mathrm{e}^{jpz_A},$$

где z_A - высота подъема антенны, $p_A=k\sin\theta_A$ (θ_A - угол наклона диаграммы направленности к горизонту).

Для того, чтобы учесть влияние рельефа на напряженность поля, используется метод ступенчатого моделирования, при этом реальная трасса распространения заменяется вертикальными ступеньками, как это показано на рис. 5. При распространении над горизонтальными участками S_1 поле вычисляется по алгоритму (6), а при встрече со ступеньками S_2 – приравнивается к нулю (см. рис. 6).

При численной реализации (6) возникает очевидная трудность, связанная с отражением волн от искусственной границы, расположенной на высоте $\pm Z_{\max}$. Для ограничения расчетной области сверху и ее зеркального изображения снизу необходимо дополнительное условие, гарантирующее отсутствие источников поля на бесконечности. Данное условие задается на дополнительной границе $|Z_B| < |Z_{\max}|$, при этом решение ищется внутри слоя $-Z_B \le z \le Z_B$ [6].

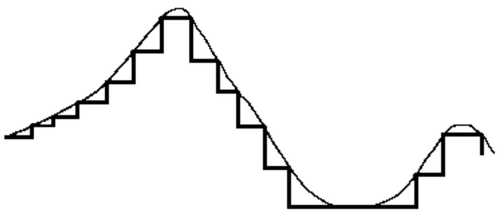

Рис. 5. Моделирование геометрии рельефа [5]

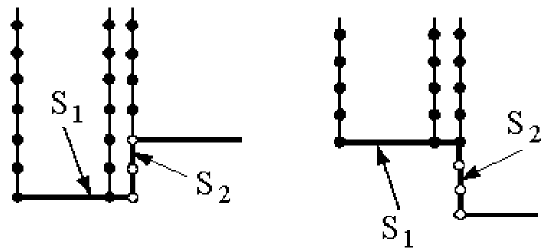

Рис. 6. Алгоритм вычисления амплитуды поля [5]

Результаты расчетов множителя ослабления для реального профиля рельефа протяженностью 40 км и линейной модели атмосферы при высоте антенны $h = 30\ м$ и $\lambda = 1\ м$ представлены на рис. 10.

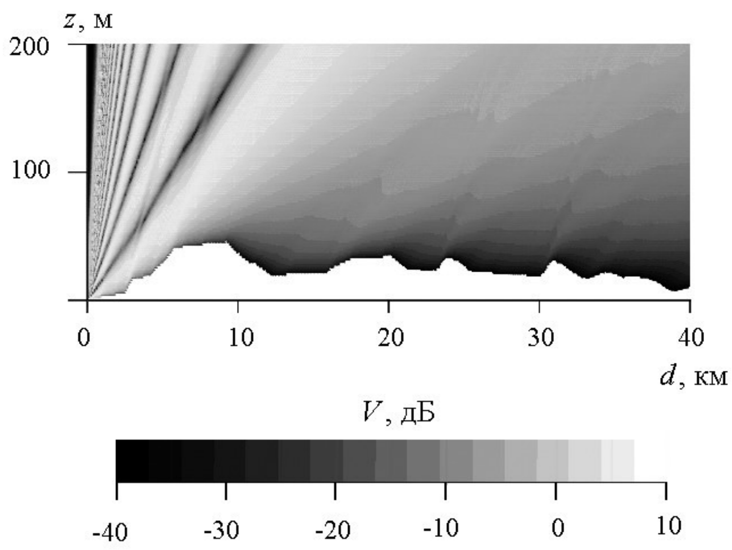

Рис. 7. Дифракция на реальном профиле рельефа

Сравнивая рассмотренные методы решения скалярных задач дифракции для прогноза напряженности поля над земной поверхностью, необходимо отметить, что метод ИУ является строгим электродинамическим подходом, который основан на использовании интегральных формул Стреттона-Чу. Основной вопрос, связанный с использованием метода ИУ, заключается в снижении времени вычислений. Метод ПУ является малоугловым приближением уравнения Гельмгольца. Однако, при распространении радиоволн над земной поверхностью малоугловое приближение выполняется автоматически: максимальный поперечный размер области расчетов, как правило, не превышает нескольких километров, в то время как продольное расстояние оказывается существенно большим. По сравнению с решением интегрального уравнения, метод ПУ требует существенно меньших вычислительных затрат и позволяет получить решение задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью с учетом диаграммы направленности источника излучения и вертикальной стратификации атмосферы.

Литература

1. Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П. Электродинамика и распространение радиоволн. / Учеб. Пособие для вузов. Под ред. Неганова В.А. и Раевского С.Б. – М.: Радио и связь, 2005.
2. Ашихмин А.В., Пастернак Ю.Г., Попов И.В., Рембовский Ю.А. Обзор принципов построения, возможностей и эффективности программных средств численного электродинамического моделирования // Антенны. — 2007. — № 3. — С.64-80.
3. Ахияров В.В. Методы численного решения задачи дифракции радиоволн над земной поверхностью // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2010. — № 3. – С.39-46.
4. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. Радио, 1970.
5. Levy M.F. Parabolic equation method for electromagnetic wave propagation. London. IEE. 2000. 336 p.
6. Ахияров В.В. Метод параболического уравнения в теории дифракции. – Успехи современной радиоэлектроники. 2010. №9. с.72-80.

electronic scientific and technical periodical
SCIENCE and EDUCATION
EL № FS 77 - 30569. №0421100025. ISSN 1994-0408

Use of integral and differential methods of the diffraction theory for predicting field strength above the Earth surface

77-30569/247813

 # 11, November 2011

Ahiyarov V.V.

Bauman Moscow State Technical University
vakhiyarov@gmail.com

In this article the author considers numerical methods for field prediction above the Earth surface, based on the solution of the integral and parabolic equations. The author presents diffraction problem solutions for real profiles. It is shown that the parabolic equation method has high computational efficiency and ensures accuracy of the solution which is comparable with the rigorous method of integral equations.

Publications with keywords: integral equation, parabolic equation, radiowave propagation
Publications with words: integral equation, parabolic equation, radiowave propagation

Reference

1. Neganov V.A., Osipov O.V., Raevskii S.B., Iarovoi G.P., Electrodynamics and radio waves propagation, Moscow, Radio i sviaz', 2005.
2. Ashikhmin A.V., Pasternak Iu.G., Popov I.V., Rembovskii Iu.A., Antenny 3 (2007) 64-80.
3. Akhiiarov V.V., Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy 3 (2010) 39-46.
4. Fok V.A., The problem of diffraction and propagation of electromagnetic waves, Moscow, Sov. Radio, 1970.
5. Levy M.F., Parabolic equation method for electromagnetic wave propagation, London, IEE, 2000, 336 p.
6. Akhiiarov V.V., Uspekhi sovremennoi radioelektroniki 9 (2010) 72-80.