

О построении структурных моделей виброзащитных систем с динамическим гасителем

08, август 2011

автор: Трофимов А. Н.

УДК 62.752

НИИ современных технологий, системного анализа и моделирования, ИрГУПС

г. Иркутск

trofimov_an@irgups.ru

I. Введение. Динамическое гашение колебаний в конструкциях, силовых передачах и виброзащитных системах приборов и оборудования является одним из эффективных способов повышения надежности и безопасности работы технологических машин [1÷3]. В теоретических и прикладных разработках, посвященных динамическому гашению колебаний, которые носят междисциплинарный характер, используются различные подходы, в том числе и основанные на применении аппарата теории автоматического управления соединения. Вместе с тем, многие особенности динамического гашения, рассматриваемые с позиции теории обратных связей и учета конструктивных форм реализации, остаются недостаточно изученными. В работах [4÷6] представлены результаты исследований, связанные с рассмотрением динамических гасителей, вводимых как дополнительные Г-образные связи, имеющие специфичные формы закрепления упругих элементов. В связи с этим целесообразно обратить внимание на обобщение подходов к построению математических моделей динамических гасителей.

II. Постановка задачи. Рассмотрим виброзащитную систему с объектом защиты с массой M и динамическим гасителем колебаний m_1 (**рис. 1а**), соединенных пружиной с жесткостью k ; система может свободно перемещаться в направлении y , имея точку отсчета O (силы трения считаются малыми)

Для представленной на рис. 1а схемы определим выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2} M \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_2^2; \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (y_1 - y_2)^2. \quad (2)$$

Используя (1), (2) и известные приемы [7], составим дифференциальные уравнения движения в виде

$$\begin{cases} M\ddot{y}_1 + ky_1 - ky_2 = Q, \\ m\ddot{y}_2 + ky_2 - ky_1 = 0, \end{cases} \quad (3)$$

и построим, в соответствии с (3), структурную схему эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (**рис. 1б**).

Если $k = 0$, то структурная схема (**рис. 1б**) распадается на два автономных фрагмента. Рассмотрим блок, обозначенный контуром I. Если $k \neq 0$, то структурную схему можно преобразовать к виду, как показано на **рис. 1в**.

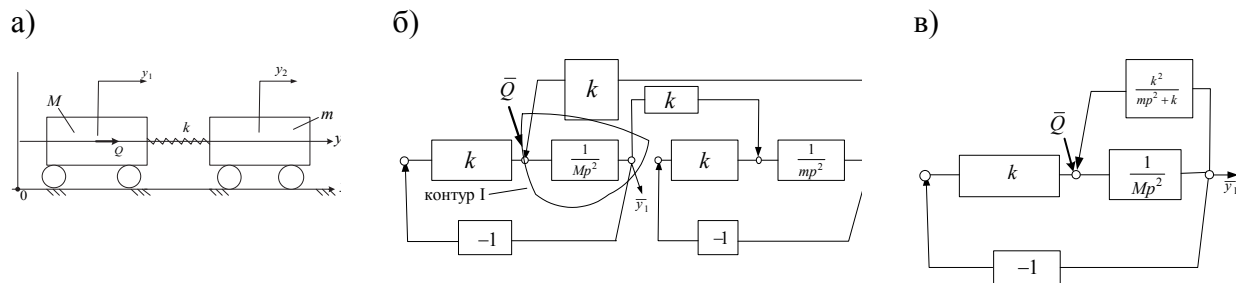


Рис. 1. Общий вид системы из двух элементов в поступательном движении (а) и общая структурная (б) и приведенная (в) схемы

Отметим, что введение дополнительной колебательной структуры из двух элементов m и k эквивалентно введению дополнительной обратной связи для базового элемента с массой M (контур I на **рис. 1б**). Передаточная функция системы в этом случае может быть представлена

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}} = \frac{\frac{1}{Mp^2 + k}}{1 - \frac{k^2}{(Mp^2 + k)(mp^2 + k)}} = \frac{(mp^2 + k)}{(Mp^2 + k)(mp^2 + k) - k^2}, \quad (4)$$

где частотное уравнение (знаменатель (4)) можно записать

$$Mmp^4 + p^2[kM + km] = 0 \quad (5)$$

и преобразовать к виду

$$p^2[Mmp^2 + k(M + m)] = 0. \quad (6)$$

Здесь $p = j\omega (j = \sqrt{-1})$.

Из (5), (6) следует, что частное решение – $p = 0$, соответствует наличию циклической координаты, а частота собственных колебаний определяется выражением

$$\omega^2 = k \frac{(M + m)}{Mm}; \quad (7)$$

если $M = m$, то

$$\omega^2 = \frac{2k}{m}. \quad (8)$$

При этом колебательное движение реализуется относительно циклического движения, определяемого $p = 0$. При равных массах частота колебаний определяется выражением (8). Отметим также, что в данной системе, состоящей из элементов с массами m и M , пружиной жесткостью k , реализуется преобразование, которое можно было бы отнести к «последовательному соединению масс по правилам механических цепей» [3]. Что касается правил параллельного соединения масс, то такой эффект можно наблюдать при соответствующем выборе системы обобщенных координат. Введем относительную координату $y_2 - y_1 = z$, тогда (1), (2) можно записать в форме

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_2^2 = \frac{1}{2} M \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m (\dot{z} + \dot{y}_1)^2, \\ \Pi &= \frac{1}{2} k z^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Используя (9), можно получить систему уравнений движения, которая отличается от (3):

$$\begin{aligned} M \ddot{y}_1 + m \ddot{y}_1 + m \ddot{z} &= Q, \\ m \ddot{z} + m \ddot{y}_1 + k z &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Структурная схема системы в координатах y_1, z , полученная на основе (10), приведена на **рис. 1а**; в этой системе координат структурная схема системы имеет другой вид по сравнению с **рис. 1б**; отметим, что перекрестные связи между парциальными системами y_1, z носят инерционный характер. В данном случае можно наблюдать также эффект условного параллельного соединения элементов с массами M и m ; при этих преобразованиях координат знаменатель передаточной функции остается неизменным.

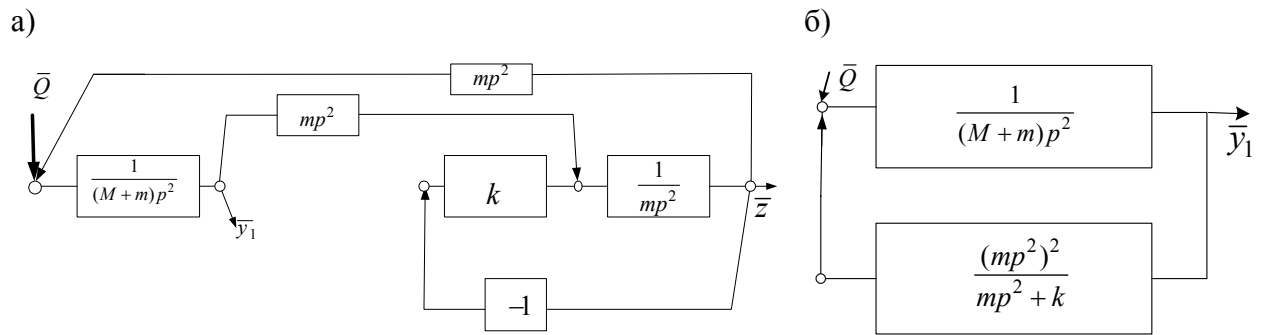


Рис. 2. Структурная схема исходной системы в координатах y_1, z ;

а – исходная расчетная схема; б – приведенная расчетная схема

Преобразуем схему на **рис. 2а** к виду, как показано на **рис. 2б**, и найдем передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{Q}} = \frac{\frac{1}{(M+m)p^2}}{1 - \frac{(mp^2)^2}{(mp^2+k)} \cdot \frac{1}{(M+m)p^2}} = \frac{mp^2+k}{p^2[Mmp^2+k(M+m)]}. \quad (11)$$

Режим динамического гашения можно получить из числителя (11):

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{k}{m}, \quad (12)$$

а частота собственных колебаний определится, также, как и по формуле (7):

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k(M+m)}{Mm}. \quad (13)$$

Сравнение (12), (13) показывает, что частота динамического гашения будет меньше частоты собственных колебаний, поэтому амплитудно-частотная характеристика $A(\omega)$ примет вид, как показано на **рис. 3**. Перейдем к передаточной функции «вход - Q – выход - z ».

$$W(p) = \frac{\bar{z}}{\bar{Q}} = \frac{\frac{1}{(M+m)p^2} \cdot \frac{mp^2}{(mp^2+k)}}{1 - \frac{(mp^2)^2}{(M+m)p^2(mp^2+k)}} = \frac{mp^2}{(M+m)p^2(mp^2+k) - (mp^2)^2}; \quad (14)$$

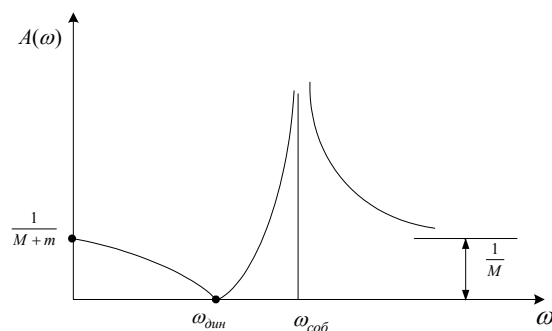


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика, соответствующая передаточной функции (4)

В этом случае, то есть в системе координат y_1, z – амплитудно-частотная характеристика системы, соответствующая передаточной функции (14), будет иметь обычный вид (один резонанс, определяемый (13)). Если найти передаточную функцию «вход - Q – выход - y_2 », то получим

$$W' = \frac{y_2}{Q} = \frac{\frac{k}{(mp^2 + k)(Mp^2 + k)}}{1 - \frac{1}{(mp^2 + k)} \cdot \frac{(mp^2)^2}{(Mp^2 + k)}} = \frac{k}{mMp^4 + p^2(kM + km) + k^2 - k^2} =$$

$$= \frac{k}{p^2(Mm + kM) + km}.$$
(15)

В системе, если учесть особенности знаменателя (15), имеется циклическая координата, как и при передаточной функции (11); частота собственных колебаний в обоих случаях одинакова, но режим динамического гашения по координате y_2 уже не проявляется.

III. Введение упругой связи с основанием. Рассмотрим введение динамического гасителя в схему с объектом массой M (Рис. 4), при этом вводится также пружина k_0 (для массы m , как было и ранее, учитывается упругий элемент k).

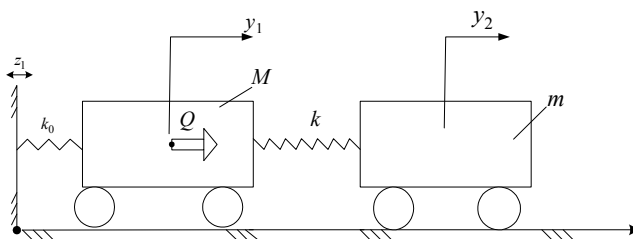


Рис. 4. Система с двумя степенями свободы с упругой связью k_0

Запишем для расчетной схемы на рис. 7 выражения для кинетической и потенциальной энергий, которые отличаются от (1), (2) и (9)

$$T = \frac{1}{2} M \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_2^2; \quad (16)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_0 \cdot y_1^2 + \frac{1}{2} k (y_2 - y_1)^2. \quad (17)$$

Используя (16), (17) и процедуры, изложенные в [7], найдем (при $z_1 = 0$) дифференциальные уравнения движения

$$M \ddot{y}_1 + k_0 y_1 + k y_1 - k y_2 = Q, \quad (18)$$

$$m \ddot{y}_2 + k y_2 - k y_1 = 0. \quad (19)$$

Структурная схема, соответствующая расчетной схеме на рис. 4, и уравнениям (18), (19) приведена на рис. 5, откуда может быть определена передаточная функция по координате y_1 .

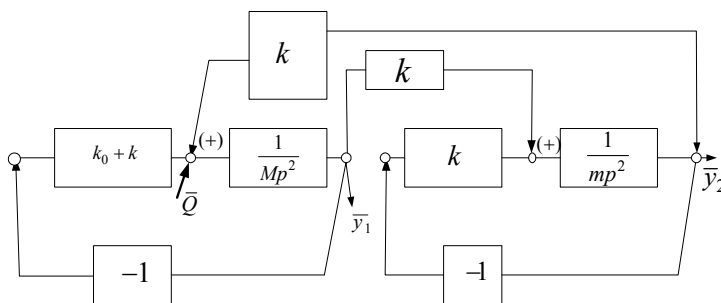


Рис. 5. Структурная схема системы в координатах y_1, y_2

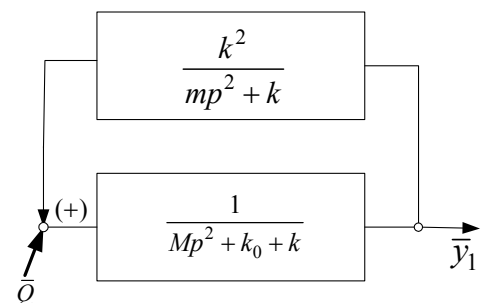


Рис. 6. Приведенная структурная схема с дополнительной обратной связью

$$W_2(p) = \frac{y_1}{Q} = \frac{\frac{1}{Mp^2 + k_0 + k}}{1 - \frac{k^2}{(mp^2 + k)} \cdot \frac{1}{(Mp^2 + k_0 + k)}} = \frac{mp^2 + k}{(mp^2 + k_0 + k)(Mp^2 + k_0 + k) - k^2}. \quad (20)$$

Преобразуем с учетом (20) структурную схему на **рис. 5** к виду, как показано на **рис. 6**. В этом случае элементы m и k образуют колебательную структуру, вводимую как обратная дополнительная связь. В системе по координате y_1 , которая принимается как координата объекта защиты, будет наблюдаться режим динамического гашения при $\omega_{дин}^2 = \frac{k}{m}$. Примем $k_0 = k$, $m = M$, тогда получим частотное уравнение

$$(mp^2 + 2k)(mp^2 + k) - k^2 = m^2 p^4 + 2kmp^2 + kmp^2 + 2k^2 - k^2 = m^2 p^4 + 3kmp^2 + k^2 = 0. \quad (21)$$

Решая биквадратное уравнение (21), найдем частоты собственных колебаний

$$\omega_{1cob}^2 = \frac{k(3 - \sqrt{5})}{2m}; \quad (22)$$

$$\omega_{2cob}^2 = \frac{k(3 + \sqrt{5})}{2m}. \quad (23)$$

При этом обратная дополнительная связь (**рис. 9**) на частоте $\omega^2 = \frac{k}{m}$ приобретает коэффициент усиления, равный ∞ . В данной системе это соответствует режиму динамического гашения. На **рис. 7** приведена амплитудно-частотная характеристика, соответствующая структурной схеме на **рис. 6**.

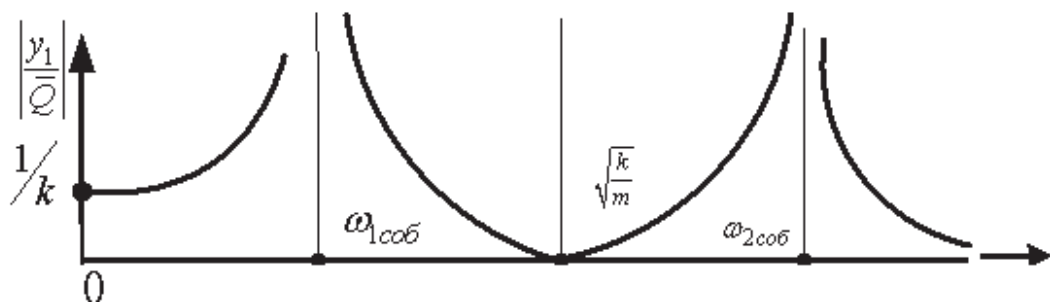


Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика системы, расчетная схема которой приведена на рис. 4, где ω_{1cob} и ω_{2cob} определяются выражениями (22), (23)

Передаточная функция «вход - $\bar{Q}$ – выход - $\bar{y}_2$ » с учетом (20) принимает вид:

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}} = \frac{k}{(mp^2 + k)(Mp^2 + k_0 + k) - k^2}, \quad (24)$$

а передаточная функция межкоординатной связи соответственно

$$W_4(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{y}_2} = \frac{mp^2 + k}{k}. \quad (25)$$

Используя (20)÷(26), можно найти параметры режимов динамического гашения с учетом особенностей внешнего возмущения.

III. Динамические свойства систем с несколькими степенями свободы. В работах, посвященных исследованиям деталей динамических взаимодействий, вызванных введением динамического гасителя колебаний, как присоединяемого через упругий элемент массой [7, 8], предполагается, что внешняя гармоническая сила и упругий элемент прикладываются непосредственно к объекту защиты. Вместе с тем, достаточно часто возникают ситуации, когда внешнее воздействие может принимать иные формы и передаваться на объект опосредованно. Рассмотрим систему с тремя степенями свободы (**рис. 8**), в которой объект защиты испытывает воздействие со стороны вибрирующего основания при наличии промежуточной массы m_1 . При этом объект m_2 имеет и динамический гаситель колебаний (m_3, k_3).

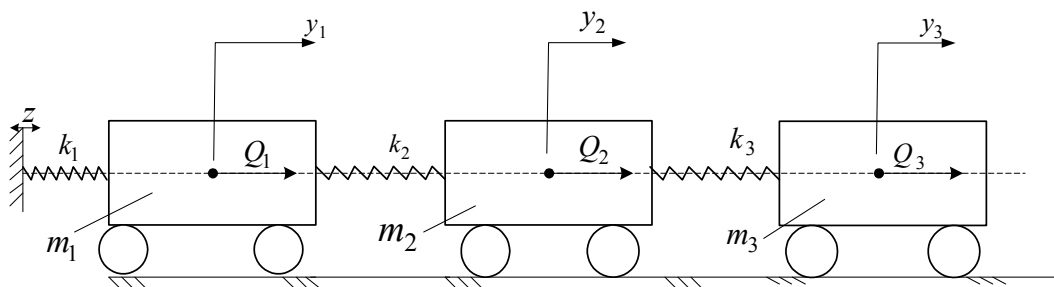


Рис. 8. Расчетная схема виброзащитной системы с динамическим гасителем и промежуточной массой

Запишем для расчетной схемы (**рис. 8**) выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2, \quad (26)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2, \quad (27)$$

где k_1, k_2, k_3 – жесткости упругих элементов; $z(t)$ – кинематическое возмущение.

Система дифференциальных уравнений движения с учетом (26), (27) принимает вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1 + y_1(k_1 + k_2) - k_2 y_2 &= k_1 z, \\ m_2 \ddot{y}_2 + y_2(k_2 + k_3) - k_2 y_1 - k_3 y_3 &= 0, \\ m_3 \ddot{y}_3 + y_3 k_3 - k_3 y_2 &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

В унифицированной форме коэффициенты (28) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений движения (28)

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2$	$-k_2$	0
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
0	$-k_3$	$m_3 p^2 + k_3$
Q_1	Q_2	Q_3
$k_1 z$	0	0

Примечание: Q_1, Q_2, Q_3 – обобщенные силы в системе координат y_1, y_2, y_3

Введем новую систему координат $y_1 - z = y'_1$, y_2 и y_3 , тогда можно записать, что $y_1 = y'_1 + z$, а выражения (26) и (27) примут вид

$$T = \frac{1}{2} m_1 (\dot{y}_1 + \dot{z})^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_3^2, \quad (29)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 (y'_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y'_1 - z)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_2)^2. \quad (30)$$

Запишем вспомогательные соотношения, используя (29), (30)

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1'} = m_1 \dot{y}_1' + m_1 \dot{z}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = m_2 \dot{y}_2, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_3} = m_3 \dot{y}_3, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial y_1'} = k_1 y_1' + k_2 y_1' - k_2 y_2 + k_2 z,$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = k_2 y_2 - k_2 y_1' - k_2 z + k_3 y_2 - k_3 y_3, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial y_3} = k_3 y_3 - k_3 y_2.$$

Система уравнений (28), таким образом, преобразуется к виду

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{y}_1' + y_1'(k_1 + k_2) - k_2 y_2 &= -k_2 z, \\ m_2 \ddot{y}_2 + y_2(k_2 + k_3) - k_2 y_1' - k_3 y_3 &= k_2 z, \\ m_3 \ddot{y}_3 + y_3 k_3 - k_3 y_2 &= 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Коэффициенты уравнений (31) приведены в таблице 2.

Таблица 2

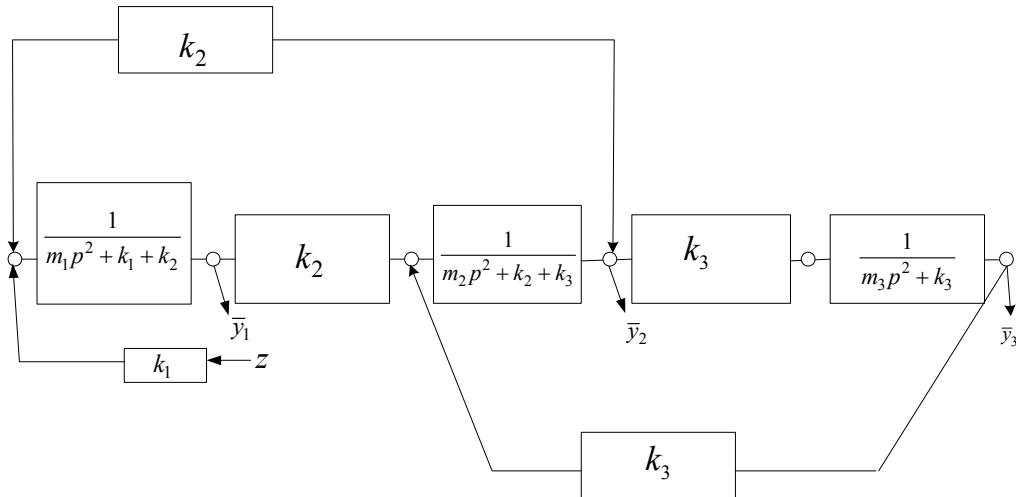
Значения коэффициентов уравнения (31)

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1 p^2 + k_1 + k_2$	$-k_2$	0
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2 p^2 + k_2 + k_3$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
0	$-k_3$	$m_3 p^2 + k_3$
Q_1'	Q_2'	Q_3'
$-k_2 z$	$k_2 z$	0

Примечание: Q_1', Q_2', Q_3' – обобщенные силы в системе координат y_1', y_2, y_3

Структурная схема исходной системы (**Рис. 8**) приведена на **рис. 9 а,б** соответственно в системах координат y_1, y_2, y_3 и y_1', y_2, y_3 .

а)



б)

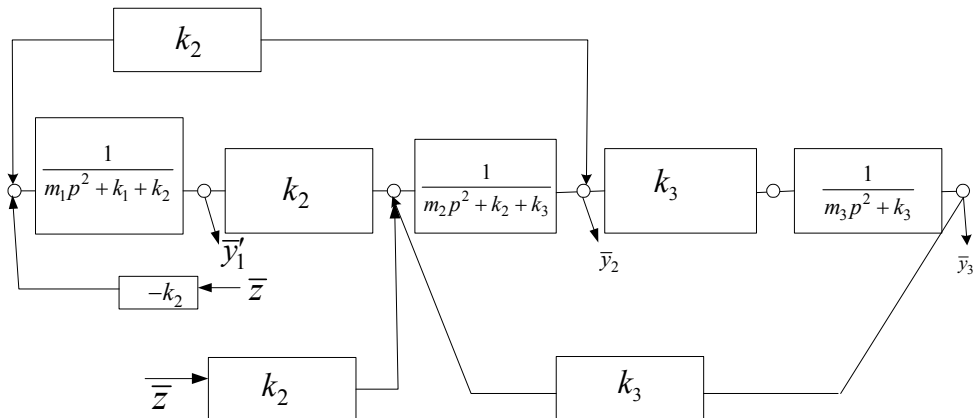


Рис. 9. Структурные схемы виброзащитных систем: а – для системы координат y_1, y_2, y_3 , б – для системы координат y'_1, y_2, y_3

Разница между структурными схемами на рис. 9а и рис. 9б заключается в том, что в первом случае возмущение представлено одной возмущающей силой $Q_2, k_1 z$, и во втором случае мы имеем возмущение по двум входам $Q'_1 = -k_2 z, Q'_2 = k_2 z$, что является существенным фактором влияния на характер динамических взаимодействий. Найдем передаточные функции виброзащитной системы, используя координаты y_1, y_2, y_3 и y'_1, y_2, y_3 , принимая во внимание, что

$$\bar{y}_1 = \frac{Q_1(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + Q_2(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + Q_3(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{A}, \quad (32)$$

$$\bar{y}_2 = \frac{Q_1(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + Q_2(a_{11}a_{33} - a_{13}^2) + Q_3(a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23})}{A}, \quad (33)$$

$$\bar{y}_3 = \frac{Q_1(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) + Q_2(a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32}) + Q_3(a_{11}a_{22} - a_{12}^2)}{A}, \quad (34)$$

где $A = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) - a_{21}(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}) + a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})$.

С учетом значений коэффициентов из табл. 2 (32)÷(34) принимают вид:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{k_1[(m_2p^2 + k_2 + k_3)(m_3p^2 + k_3) - k_3^2]}{A}, \quad (35)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{k_1[-k_3 \cdot 0 - (-k_2)(m_3p^2 + k_3)]}{A} = \frac{k_2k_1(m_3p^2 + k_3)}{A}, \quad (36)$$

$$\bar{W}_3(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{z}} = \frac{k_1[-k_2(-k_3)]}{A} = \frac{k_2k_1k_3}{A}, \quad (37)$$

здесь

$$\begin{aligned} A &= (m_1p^2 + k_1 + k_2)[(m_2p^2 + k_2 + k_3)(m_3p^2 + k_3) - k_3^2] + k_2[(m_3p^2 + k_3)(-k_2)] = \\ &= (m_1p^2 + k_1 + k_2)(m_2p^2 + k_2 + k_3)(m_3p^2 + k_3) - k_3^2(m_1p^2 + k_1 + k_2) - k_2^2(m_3p^2 + k_3). \end{aligned} \quad (38)$$

Из выражения (38), что соответствует объекту защиты, следует, что при кинематическом возмущении возникает режим динамического гашения на частоте

$$\omega_{дин}^2 = \frac{k_3}{m_3}. \quad (39)$$

Параметры состояния виброзащитной системы по координатам y_1 и y_3 могут быть определены по выражениям (35), (37), а частоты собственных колебаний из частотного уравнения (38).

Отметим, что даже при присоединении объекта к подвижному основанию через каскад из m_1 и k_1 режим динамического гашения реализуется. Будем полагать, что внешнее возмущение имеет не кинематический, а силовой характер в виде силы Q_i , приложенной к объекту m_2 . В этом случае можно полагать, что в выражении (33) $Q_1 = 0$, $Q_3 = 0$, тогда

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q_1} = \frac{a_{11}a_{33} - a_{13}^2}{A} = \frac{(m_1p^2 + k_1 + k_2)(m_3p^2 + k_3)}{A}. \quad (40)$$

Из (40) следует, что в системе в случае силового возмущения возможно два режима динамического гашения: первый из них на частоте

$$\omega_{дин}^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1}, \quad (41)$$

второй режим определяется выражением (41). При кинематическом возмущении структурная схема (**рис. 9а**) может быть преобразована к виду, как показано на **рис. 10**.

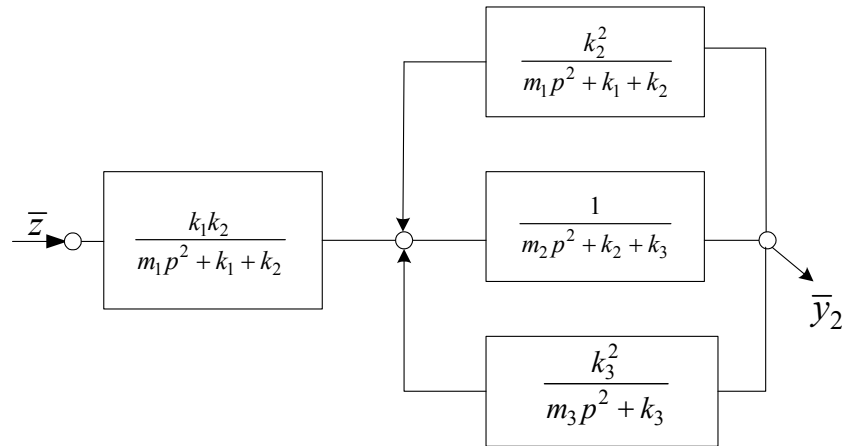


Рис. 10. Структурная схема виброзащитной системы (по рис. 9 а), приведенная к объекту защиты

Найдем передаточную функцию $W_2(p)$, используя структуру на **рис. 10**:

$$\begin{aligned} W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} &= \frac{\left(\frac{1}{m_2 p^2 + k_2 + k_3} \right) \left(\frac{k_1 k_2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} \right)}{1 - \frac{1}{(m_2 p^2 + k_2 + k_3)} \cdot \left(\frac{k_2^2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} + \frac{k_3^2}{m_3 p^2 + k_3} \right)} = \\ &= \frac{k_1 k_2 (m_3 p^2 + k_3)}{\left[(m_2 p^2 + k_2 + k_3)(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_3 p^2 + k_3) - \right.} \\ &\quad \left. - k_2^2 (m_3 p^2 + k_3) - k_3^2 (m_1 p^2 + k_1 + k_2) \right]}. \end{aligned} \quad (42)$$

Из структурной схемы на **рис. 10** следует, что при кинематическом возмущении динамический гаситель колебаний входит в структурную схему дополнительной обратной связью, в которой режим увеличения усиления ω определяется из (41). В свою очередь, полагая $m_3 p^2 + k_3 = 0$, получим, что система превращается в структуру, показанную на **рис. 11**.

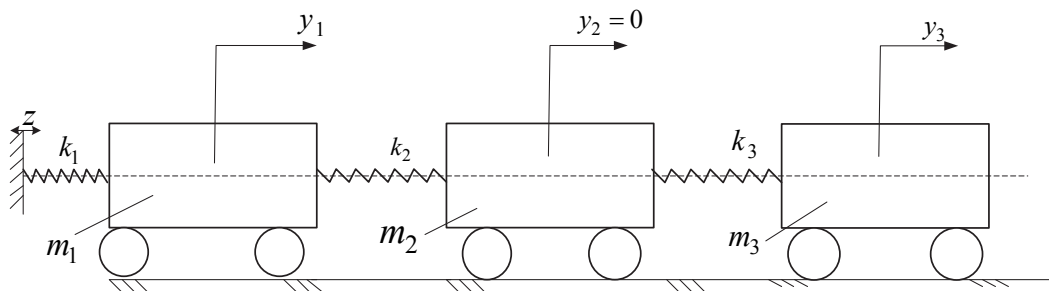


Рис. 11. Расчетная схема виброзащитной системы (рис. 8) в режиме динамического гашения при кинематическом возмущении z

Амплитуды колебаний масс m_1 и m_3 могут быть получены из выражений (35), (37) и (42). Если возмущение носит силовой характер, когда $z = 0$, а возмущение Q будет приложено к объекту m_2 , то структурная схема виброзащитной системы, представленная на рис. 11, преобразуется к виду, как показано на рис. 12.

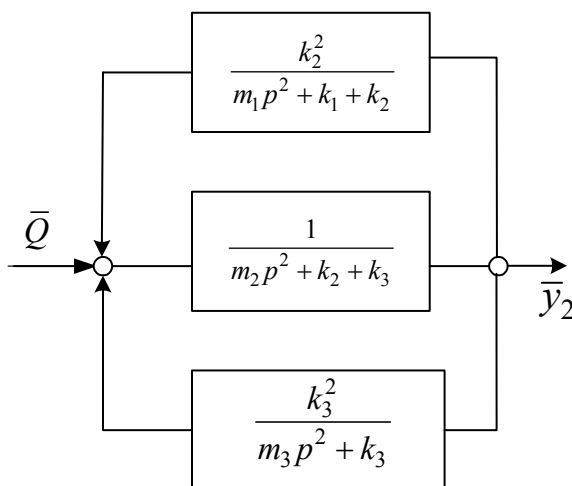


Рис. 12. Структурная схема исходной виброзащитной системы (рис. 11) при силовом возмущении

Из анализа схемы (рис. 12) следует, что в формировании режимов динамического гашения участвует более сложная структура, чем непосредственно объект защиты.

Найдем передаточную функцию системы

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{\left(\frac{1}{m_2 p^2 + k_1 + k_2} \right)}{1 - \frac{1}{(m_2 p^2 + k_1 + k_2)} \cdot \left(\frac{k_2^2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2} + \frac{k_3^2}{m_3 p^2 + k_3} \right)} = \quad (43)$$

$$= \frac{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_3 p^2 + k_3)}{\left[(m_2 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3)(m_3 p^2 + k_3) - \right.}$$

$$\left. - k_2^2(m_3 p^2 + k_3) - k_3^2(m_1 p^2 + k_1 + k_2) \right].$$

Выражение (43) можно получить, если использовать (33), полагая, что

$$Q_1 = 0, Q_2 \neq 0, Q_3 = 0.$$

При силовом возмущении Q в системе могут возникать два режима динамического гашения на разных частотах, определяемых из выражений (39), (41). Таким образом, характер внешнего воздействия в механической колебательной системе предопределяет детализированные представления о режимах динамического гашения.

III. Некоторые обобщение подхода. Рассмотрим ситуацию с механической системой, которая может иметь большее, чем три, число степеней свободы (**рис. 13**).

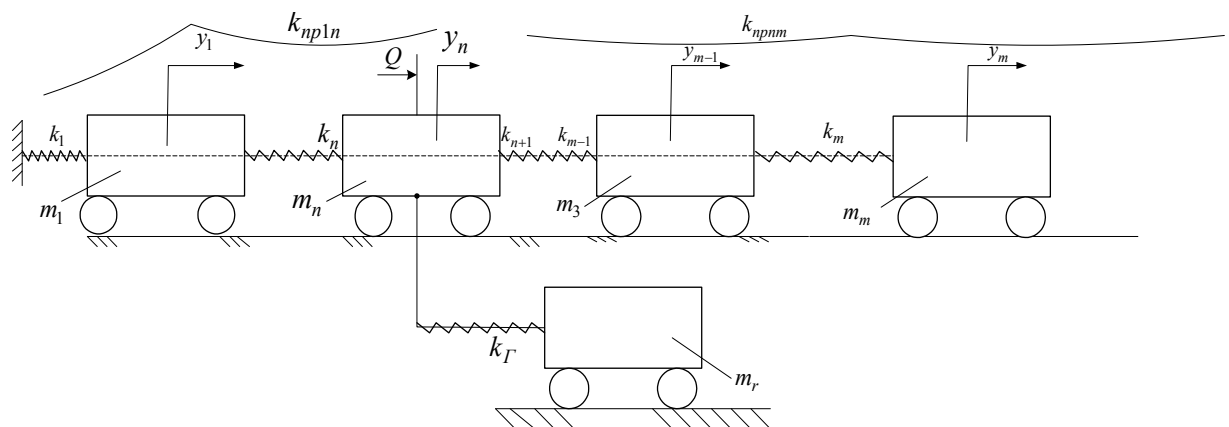


Рис. 13. Расчетная схема виброзащитной системы с m степенями свободы с объектом защиты $m_n (n < m)$ при внешней силе возмущения

Возможности упрощения расчетных схем, подобных схеме на **рис. 13**, рассмотрены более подробно в работе [9]. Воспользуемся некоторыми приемами упрощения (**рис. 14**) для системы с несколькими степенями свободы, структура которой позволяет использовать свертки дополнительных цепей.

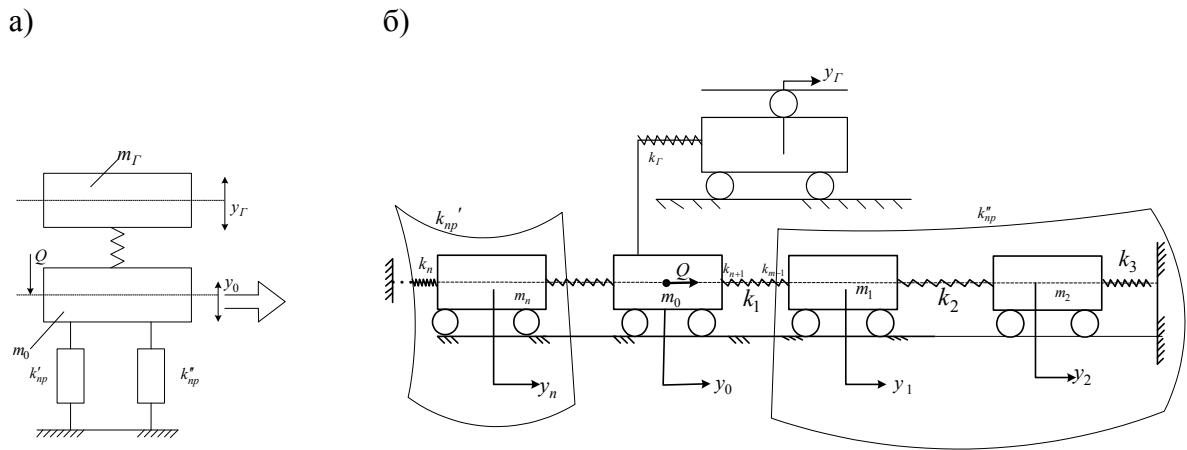


Рис. 14. Расчетная схема с упрощениями: а – схема упрощенного вида с двумя степенями свободы; б – детализированная схема

Из рис. 14 видно, что контуры I и II формируют обобщенные пружины с соответствующими обобщенными жесткостями k_{np}' и k_{np}'' [10]. Система уравнений движения для схемы на рис. 17 принимает вид

$$\begin{aligned} m_0 \ddot{y}_0 + y_0(k_G + k_{np}' + k_{np}'') - k_G y_G &= Q, \\ m_G \ddot{y}_G + k_G y_G - y_0 k_G &= 0, \end{aligned}$$

откуда можно найти, что

$$W = \frac{\bar{y}_0}{\bar{Q}} = \frac{m_G p^2 + k_G}{(m_0 p^2 + k_{np}' + k_{np}'')(m_G p^2 + k_G) - k_G^2}. \quad (44)$$

Заключение. Таким образом, при силовом возмущении Q , приложенному к объекту m_G , режим динамического гашения возможен. Однако при возмущении со стороны основания необходима реализация другой последовательности действий [10], поскольку необходимо учесть влияние переносных сил инерции. Упомянутое также связано и с тем, что k_{np}' и k_{np}'' представляют собой дробно-рациональные выражения, которые, в конечном итоге, переходят в числитель (44) и формируют дополнительные режимы динамического гашения. Введение динамического гасителя классического типа в виде подпружиненной массы, присоединяемой к объекту защиты, к которому приложена внешняя сила Q , обеспечивает несколько режимов динамического гашения. Последнее зависит от сложности системы в целом и ее структурных особенностей.

Библиографический список

1. Елисеев С.В. Динамические гасители колебаний / С.В. Елисеев, Г.П. Нерубенко. – Новосибирск: Наука. 1982. – 142 с.
2. Елисеев С.В. Мехатроника виброзащитных систем. Элементы теории / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, Р.Ю. Упырь, В.Е. Гозбенко, И.В. Фомина // Иркутский государственный университет путей сообщения. – Иркутск. 2009. – 128 с. – Рус. Деп. В ВИНТИ 27.11.09 № 738 – В 2009.
3. Елисеев С.В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко, А.А. Засядко. – Иркутск. Изд-во Иркутского государственного университета. 2008. – 523 с.
4. Упырь Р.Ю., Ермошенко Ю.В. Межкоординатные дополнительные связи в системах балочного типа // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Вып. № 1 (25). ИрГУПС. Иркутск. 2010. С. 70-74.
5. Ермошенко Ю.В. Динамическое гашение колебаний в виброзащитных системах с использованием Г-образных рычажных связей / Ю.В. Ермошенко, И.В. Фомина // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Вып. № 2 (22). ИрГУПС. Иркутск. 2009. С. 85-89.
6. Елисеев С.В. Новые подходы в теории колебаний. Задачи управления динамическим состоянием на основе введения дополнительных связей // Винеровские чтения. Материалы IV Всероссийской научно-практической конференции. – Иркутск: ИрГТУ. 2009. С. 46-60.
7. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. Т.2 Динамика. – М.: Наука. 1968. 630 с.
8. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. М.: Высшая школа, 1975.— 163 с.
9. Насников Д.Н. Формы и особенности динамического взаимодействия звеньев в виброзащитных системах с расширенным набором типовых элементов // дис. ... канд. техн. наук. – Иркутск: ИрГУПС, 2009. – 184 с.
10. Елисеев С.В. Обобщенные пружины в задачах защиты машин и оборудования / С.В. Елисеев, С.В. Белокобыльский, Р.Ю. Упырь // Збірник наукових праць. Випуск №3 (25). Том 1. – Полтава: Полтавський нац. техніч. університет. 2009. С. 79-90.