

[Модульный принцип моделирования сочленённых машин двойного назначения](#)

08, август 2010

автор: Баженов Е. Е.

УДК 629.11.012.816

*Уральский Федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина»*
st194@yandex.ru

Сочлененная военная гусеничная машина (СВГМ) – сложная многомассовая динамическая система. Математическая модель движения корпусов СВГМ и работы системы вооружения определяется совокупностью задач теории поддресоривания, при решении которых должна быть получена необходимая информация для прогнозирования эксплуатационных свойств системы поддресоривания и активного узла сочленения.

Во время и непосредственно после импульсного воздействия со стороны метательной установки СВГМ совершает сразу несколько колебательных процессов:

- вертикальный (осадка корпуса на рессорах);
- горизонтальный линейный вдоль продольной оси изделия внутри гусеничного обвода (откат);
- горизонтальный линейный перпендикулярный продольной оси изделия
- угловой вокруг продольной оси изделия (собственное вращение);
- угловой вокруг вертикальной оси изделия (прецессия или рыскание);
- угловой вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной продольной оси изделия (нута́ция или тангаж или дифферент).

Анализ системы поддресоривания и её влияние на огневую мощь позволил сформулировать основные требования к математической модели:

- модель должна описывать совместную динамику корпусов СВГМ и ходовой системы с достаточной точностью, необходимой для оценки времени затухания колебаний корпусов после выстрела, нагруженности элементов системы поддрессоривания;

- модель должна учитывать конструктивные особенности системы поддрессоривания и движителя, характер связей, наложенных на СВГМ;

- модель должна позволять моделировать воздействия от метательной установки во всем диапазоне поворота башни и на всех углах прицеливания;

- модель должна учитывать характеристики опорной поверхности.

Исследование динамических процессов в реальном объекте требуют замены этого объекта упрощенной моделью, в которой сохранены только существенные для данного исследования свойства объекта, а все другие свойства не принимаются во внимание или заменяются более простыми связями.

Существует много разновидностей колебательных моделей транспортных систем, анализ наиболее распространенных показал, что можно найти такой универсальный элемент модели, с помощью которого можно получить любую структурную схему. В данном случае рассматривается двухмассовая модель с двумя упругими элементами и четырьмя степенями свободы (рис. 1).

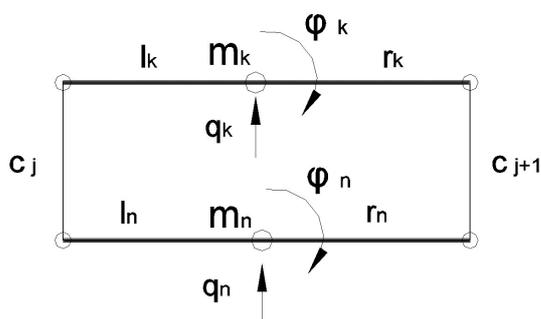


Рис. 1. Универсальный элемент

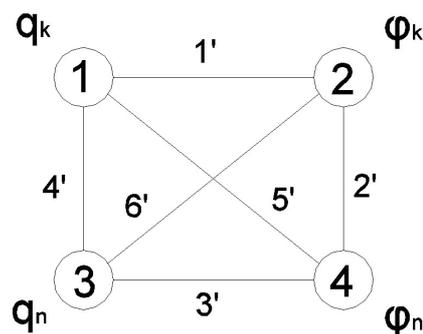


Рис. 2. Фрагмент матрицы смежности, представленный графом

При построении математической модели найденного элемента и составление уравнений связи позволяющих их комбинировать, появляется возможность получить математическую модель практически любой колесной или гусеничной машины. То есть, в даль-

нейшем, алгоритм построения модели можно масштабировать до объектов любой сложности.

Построение математической модели ведется с помощью теории графов и объектно-ориентированного подхода, используя известное матричное дифференциальное уравнение:

$$A\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = D,$$

$$C = \pi_q^T G \pi_q \quad (1)$$

где G - матрица смежности приведенных коэффициентов жесткости; (2)

$$B = \pi_q^T R \pi_q \quad - \text{ матрица смежности приведенных коэффициентов диссипации;}$$

(3)

$$D = \alpha_q^T X \quad - \text{ вектор функция неконсервативных обобщенных сил;}$$

(4)

q – обобщенная координата;

$$\chi = \alpha(q) \quad - \text{ вектор координат действия внешних сил;}$$

$\eta = \pi(q)$ – координата, по которой деформируется упругий элемент.

Для выражения математической модели в форме матричного уравнения (1), необходимо:

1. Указать на схеме замещения все необходимые для ее описания обозначения (рис. 5).

2. Построить уравнения связей упругих и демпфирующих элементов системы (так как структура уравнений является аналогичной, для примера рассматриваются упругие элементы). Эти уравнения характеризуют зависимость деформации упруго-диссипативных элементов от обобщенных координат системы.

Составляются уравнения связей по координатам η , они совпадают с направлением деформации упругого элемента:

$$\eta_j = (q_k + l_k \varphi_k) - (q_n + l_n \varphi_n) \quad (5)$$

$$\eta_{j+1} = (q_k - r_k \varphi_k) - (q_n - r_n \varphi_n)$$

где η_j – деформация j-го упругого элемента;

φ_k, φ_n q_k, q_n – координаты, соответственно, вертикального и углового перемещения сосредоточенной массы;

r_k, r_n l_k, l_n – расстояние от центра инерции k-й и n-й массы, соответственно до точки соприкосновения левого и правого упругого элемента.

Далее производится дифференцирование уравнения (5) по всем обобщенным координатам: $\frac{\partial \pi}{\partial q} = \pi_q$, где π_q - матрица инцидентности.

В матрице π_q количество столбцов соответствует числу обобщенных координат, а количество строк числу упругих элементов. Физический смысл ее заключается в формировании матрицы приведенных жесткостей. Получив матрицу π_q , по формуле (2) находится матрица смежности - C . Также на основе матрицы C можно построить граф, в котором вершины – обобщенные координаты, а ребра – уравнения показывающие взаимосвязь координат (рис. 2).

Аналогичным образом находится матрица приведенных внешних сил, по формуле (4).

В результате получим математическую модель в виде матричного дифференциального уравнения (1). Способы решения уравнений такого вида описаны в работах [1,2].

На наш взгляд большую научную и методическую ценность представляет программа, которая решает полученную математическую модель, значительно упрощая процедуру ее оптимизации и решения. Поэтому программирование математической модели велось с использованием автономных завершенных объектов (рис. 1), отсюда следует, что программировать модель целесообразней с помощью программы использующей объектно-ориентированные алгоритмы.

Объектно-ориентированное программирование базируется на следующих принципах:

1. Инкапсуляция – соединение в одном программном модуле свойств, данных и методов их обработки.
2. Наследование – определение предка (создан первым) и потомка (создан после предка и имеет все свойства предка, а также свои свойства).
3. Полиморфизм – свойство объекта обрабатывать данные разных типов и свои и своих предков.

Из множества программных продуктов, в качестве средства реализации математической модели, выбрана программа Python, на наш взгляд полностью соответствующая задачам исследования.

Программирование начинается с матрицы смежности, ее вид, представленный, на рис. 3 не удобен для сканирования. Поэтому на ребрах графа выделяются точки и с помощью их “вытягивания” за пределы графа получаем двухдольный граф (см. рис. 3).

Далее описываются все объекты движения и деформации. Необходимо подчеркнуть, что именно описание свойств объектов основано на принципе инкапсуляции.

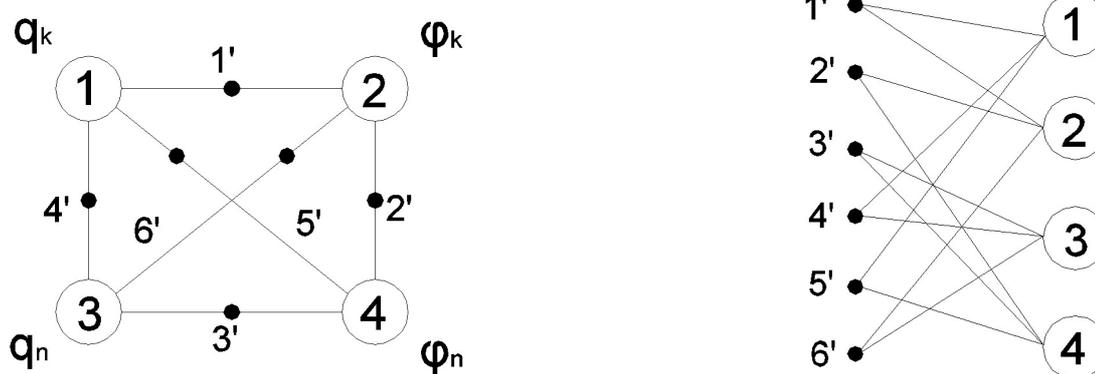


Рис. 3. Расщепление графа, переход к двухдольному графу

При учете внешних сил X_i влияющих на модель, граф после преобразований становится трехдольным (рис. 4). Процесс сканирования связей (ребер графа) занимает в программе всего несколько строк и не зависит от общего вида модели, а только от выбранного фрагмента схемы замещения. В этом фрагменте программы используется принцип полиморфизма.

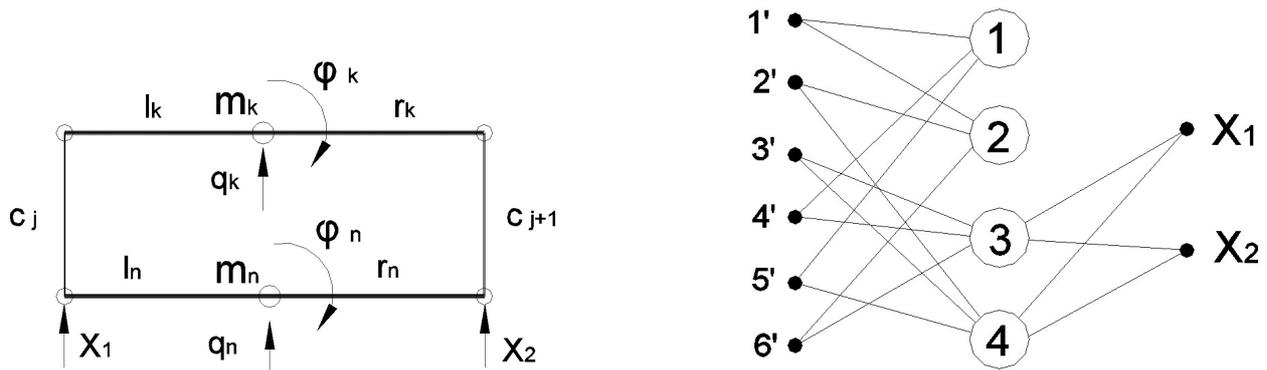


Рис. 4. Переход от фрагмента схемы замещения к трехдольному графу

При программировании был сформулирован способ текстового описания схемы замещения. Этот текстовый элемент называется кортеж (6) он описывает взаимодействие между всеми универсальными элементами в модели и определяет последовательность их расположения.

$$l=[c_j, c_{j+1}, m_k, j_k, m_n, j_n, l_k, r_k, l_n, r_n]. \quad (6)$$

Выражение (6) показывает, что упругие элементы с коэффициентом жесткости c_j и c_{j+1} объединяют объект k массой m_k с моментом инерции j_k и объект n массой m_n с моментом инерции j_n ; расстояние от центра масс объекта k до оси упругого элемента c_j , равняется l_k , а до оси элемента c_{j+1} соответствует r_k ; аналогичным образом l_n и r_n .

Дифференцирование переменных в программе ведется с помощью двушагового метода. Первый шаг использует метод Ньютона, а второй шаг метод трапеций. Такой подход основан на принципе предиктор-корректор и позволяет получать минимальную погрешность при дифференцировании колебательных сигналов.

И на основе алгоритма составления математической модели для универсального элемента, произведен переход от схемы замещения машины к матрице смежности и далее к эквивалентному ей графу. После проведения исследований различных типов взаимодействия и относительного расположения структурных элементов машины, были найдены зависимости, позволяющие производить переход от схемы замещения к графу, исключая нахождение матриц инцидентии и смежности. Полученный граф используется для написания программы.

На рис. 5 представлена схема замещения для сочлененной военной гусеничной машины.

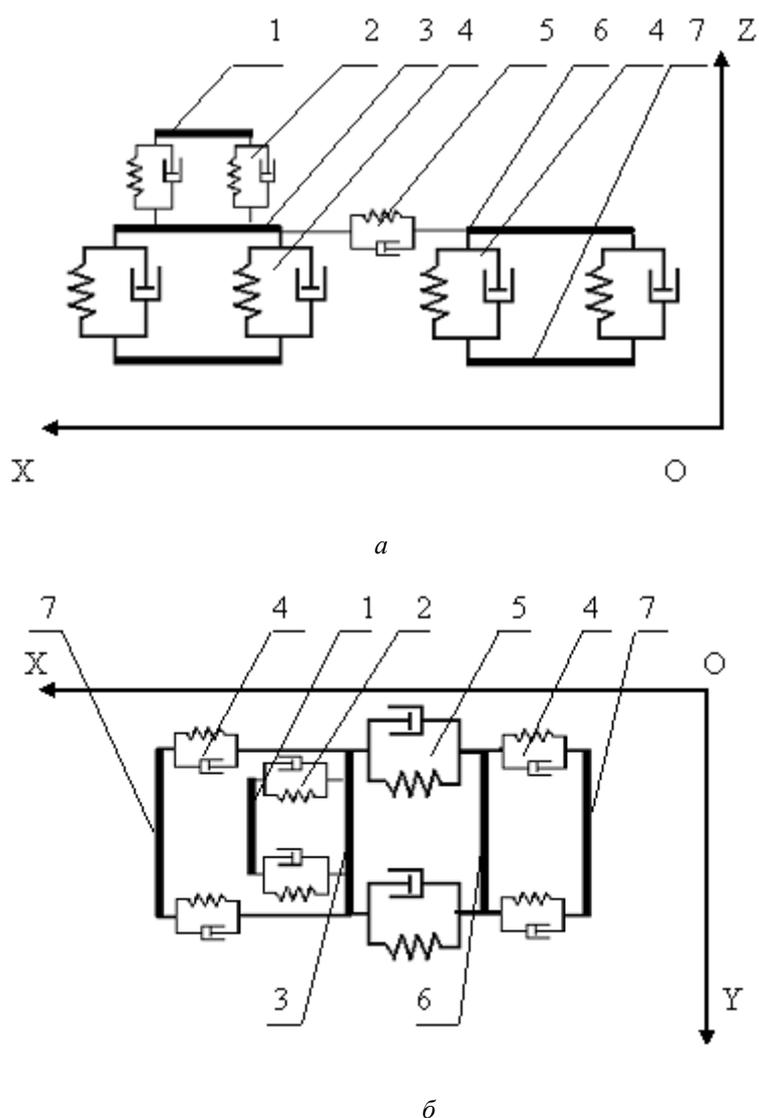


Рис. 5. Схема замещения СВГМ:

1 – масса башни; 2 – упруго-диссипативные элементы, характеризующие крепление башни к погону и привод поворота; 3 – масса корпуса машины; 4 – упруго-диссипативные элементы подвески первой и вто-

рой секций СВГМ; 5 – упруго-диссипативные элементы активного узла сочленения; 6 – масса корпуса второй секции; 7 – опора.

На основе математической модели был разработан алгоритм расчета показателей параметров движения корпусов СВГМ после выстрела.

1. Определение исходных данных для расчета.
 - 1.1 Определение схемы замещения СВГМ.
 - 1.2 Определение инерционных характеристик СВГМ.
 - 1.3 Определение упруго-демпфирующих характеристик эластичных элементов СВГМ.
 - 1.4 Определение геометрических характеристик схемы замещения.
 - 1.5 Определение характеристик возмущающих сил.
 - 1.6 Анализ исходных данных на предмет совместимости.
2. Определение данных для нахождения математической модели в матрично-дифференциальной форме.
 - 2.1. Определение матрицы инциденции.
 - 2.2. Определение матрицы смежности.
 - 2.3. Приведение возмущающих сил к обобщенным координатам.
 - 2.4. Составление математической модели.
 - 2.5. Определение диапазона и шага вычисления, по времени.
 - 2.6. Решение дифференциального уравнения.

На основании построенной модели были проведено численное решение системы уравнений, позволившее оценить отклик динамической системы на импульсное воздействие со стороны метательной установки. Расчеты проводились для одиночной ВГМ и СВГМ при различных курсовых углах башни и различных углах возвышения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем: Учебник для вузов. –Мн.: ДизайнПРО, 2004. – 640с.: ил.
2. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов, -М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 352с.