

Оптимизация угловых и линейных размеров одно- и двухсекционного манипуляторов параллельной кинематики

08, август 2010

авторы: Волкоморов С. В., Карпенко А. П., Лелетко А. М.

МГТУ им. Н.Э.Баумана,

lester1986@gmail.com;

apkarpenko@mail.ru;

pupulet@gmail.com

Введение

В настоящее время имеется значительное количество областей науки, техники и медицины, в которых возможностей традиционных роботов-манипуляторов недостаточно. Например, перспективным является применение нетрадиционных роботов-манипуляторов на основе механизмов параллельной кинематики для контроля трубопроводов атомных электростанций изнутри труб. Другим примером может служить механическая обработка изделий сложной формы (например, штампов, пресс-форм, лопаток турбин и т.д.), когда требуется перемещение инструмента по пяти-шести координатам. При использовании механизмов параллельной кинематики в процессе обработки ось режущего инструмента может располагаться под требуемым углом к поверхности детали. В результате отпадает необходимость в специальном фасонном инструменте, и становится возможным увеличение скорости подачи.

В целом, манипуляторы, построенные на основе параллельных механизмов, обладают большим числом степеней подвижности по сравнению

с традиционными роботами-манипуляторами и обеспечивают более высокую производительность, надежность и точность.

Идея создания механизма с параллельной структурой для повышения жесткости системы была предложена и реализована сначала Гафом, а затем Стюартом в 50-х – 60-х годах XX века. Платформа Стюарта (гексапод), спроектированная в 1965 году, предназначалась для симуляции летательных аппаратов. Механизм имеет шесть степеней свободы и шесть кинематических цепей, соединяющих подвижную платформу с основанием. В каждой из этих соединительных цепей присутствуют две сферические кинематические пары и одна поступательная пара, снабженная приводом. Управление положением подвижной платформы производится изменением длины одной или нескольких указанных кинематических цепей.

В отличие от традиционных манипуляторов, манипуляторы на основе гексапода имеют замкнутые кинематические цепи и воспринимают нагрузку как пространственные фермы. Т.е. штанги этих механизмов работают только на растяжение-сжатие, что ведет к повышению жесткости всей конструкции и, как следствие, к повышению точности позиционирования и грузоподъемности механизмов [1].

Гексапод является объектом многих научных исследований (см., например работы [1, 2]). Известны примеры удачных конструкций станков, стендов и другого оборудования различного назначения на основе механизмов параллельной структуры [3]. Обзор таких одно- и многосекционных манипуляторов дан в публикации [4].

Работа выполнена в контексте исследований, посвященных разработке научных основ роботов-манипуляторов типа «хобот», построенных с использованием механизмов параллельной кинематики. Варианты структуры секций такого манипулятора рассмотрены в статье [4].

При конструировании многосекционного манипулятора типа «хобот» одними из первых возникают следующие задачи: 1) найти оптимальную форму

секций манипулятора; 2) найти их оптимальные размеры. Первая задача сводится к оптимизации угловых размеров конструкции манипулятора, вторая – к оптимизации линейных размеров.

В работе рассматривается задача оптимизации угловых и линейных размеров односекционного и двухсекционного манипуляторов, построенных на основе гексапода. В качестве оптимизируемых угловых размеров выступают углы между шарнирами, связывающими платформы манипулятора и его штанги; в качестве линейных размеров – радиусы платформ и высоты секций манипулятора. Критерий оптимальности строится на основе податливости конструкции при нагружении внешней силой, приложенной к последней платформе манипулятора.

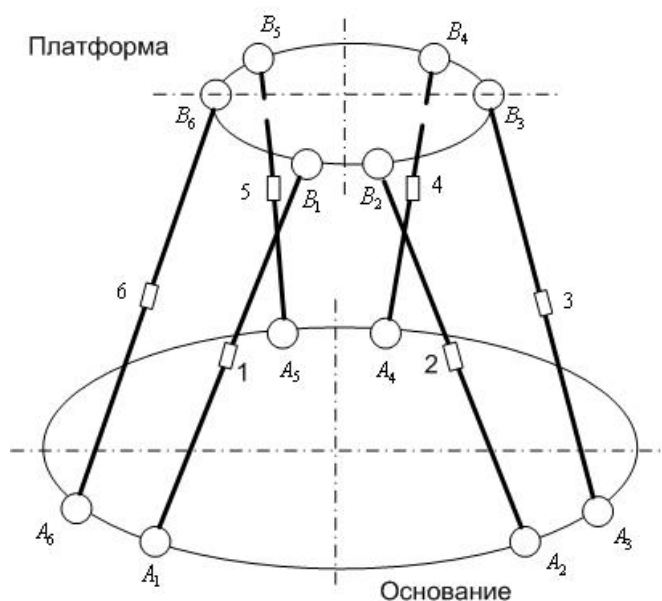
Важной составной частью использованной в работе схемы исследования является математическое моделирование рассматриваемых манипуляторов. Для математического моделирования технических систем наиболее удобно использовать программные среды структурного моделирования [5]. Широко известными представителями этих сред являются *MatLab/Simulink*, *VisSim*, *Dymola*. В работе используется расширение среды *MatLab* – комплекс *MatLab/Simulink* [6]. На базе этого комплекса разработаны библиотеки модулей для разных предметных областей. Одной из таких библиотек является пакет визуального моделирования пространственных механизмов *SimMechanics*, включающий в себя набор инструментов для описания массовых и геометрических свойств твердых тел, их возможных движений, кинематических ограничений, систем координат, источников внешних воздействий и средств измерения движений [6].

В конечном счете, задача оптимизации манипулятора сводится в работе к многомерной задаче глобальной условной оптимизации. Для решения этой задачи используется *MatLab*-программа, реализующая известный и высокоэффективный метод оптимизации *SQP* [7].

В первом разделе работы приведена постановка задачи. Во втором разделе дана общая схема исследования. Третий и четвертый разделы посвящены оптимизации односекционного манипулятора, а пятый и шестой – оптимизации двухсекционного манипулятора. В заключении сформулированы основные результаты работы и перспективы ее развития.

1. Постановка задачи

1.1. Односекционный манипулятор (гексапод). Гексапод состоит из неподвижного основания, подвижной платформы и шести штанг, каждая из которых состоит из двух полуштанг и активной поступательной кинематической пары (привода) - рисунок 1. Легко видеть, что платформа в этом механизме имеет шесть степеней свободы [4].



$B_1, B_2, \dots, B_6$ - сферические шарниры; $A_1, A_2, \dots, A_6$ - шарниры Гука;
1, 2, 3 – поступательные кинематические пары

Рисунок 1 - Схема гексапода

Представим гексапод в виде пространственной фермы, основание которой неподвижно, а к центру платформы приложена сила $\mathbf{F}$ (рисунок 2). Будем исходить из предположения, что величина этой силы многократно превышает веса элементов механизма, так что эти элементы можно считать невесомыми.

Положим, что материалом конструкции является сталь и введем следующие обозначения: R_1 , R_2 - радиусы основания и платформы соответственно (рисунок 2); l_i - длина i -ой трубчатой штанги, $i \in [1:6]$; d_1 , d_2 - внешний и внутренний диаметры штанги; L_1 - расстояние между основанием и платформой (высота секции); α_1 , α_2 - углы между шарнирами A_1, A_2 , A_3, A_4 , A_5, A_6 и шарнирами B_1, B_2 , B_3, B_4 , B_5, B_6 соответственно (рисунок 3); $\mathbf{F}$ - вектор внешней силы. Положим, что модуль этой силы равен $F = \text{const}$, а направление определяется углами φ_1 , φ_2 (рисунок 4), так что $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\varphi)$, $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$; F_x , F_y , F_z - проекции вектора $\mathbf{F}$ на оси системы координат $Bxyz$:

$$\begin{cases} F_x = F \cos \varphi_2 \cos \varphi_1, \\ F_y = F \sin \varphi_2, \\ F_z = F \cos \varphi_2 \sin \varphi_1. \end{cases}$$

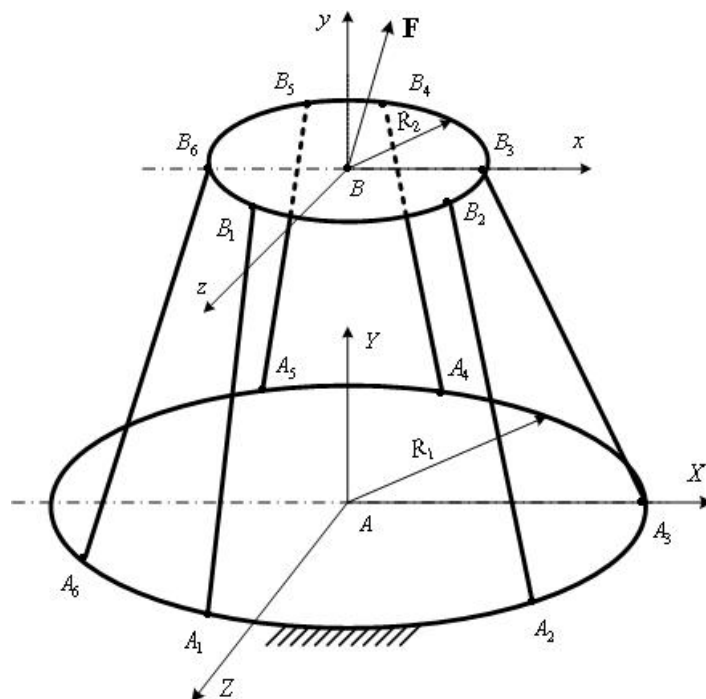


Рисунок 2 – Расчетная схема гексапода

В исходном состоянии механизма (когда $l_1 = l_2 = \dots = l_6$ и $F = 0$) координаты точки B в системе координат $AXYZ$ обозначим $B(X, Y, Z)$. Пусть

в результате действия силы F координаты этой точки стали равны $B(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$, так что

$$E = E(R, L, \alpha, \varphi) = \sqrt{\left(X - \bar{X}\right)^2 + \left(Y - \bar{Y}\right)^2 + \left(Z - \bar{Z}\right)^2} -$$

- абсолютная величина отклонения (смещения) точки B от ее исходного положения (податливость механизма); $R = (R_1, R_2)$, $L = L_1$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$.

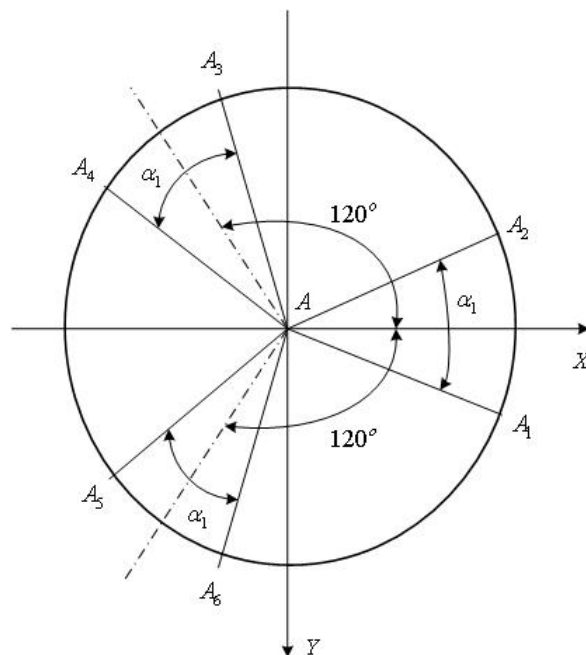


Рисунок 3 – Расположение шарниров $A_1, A_2, \dots, A_6$

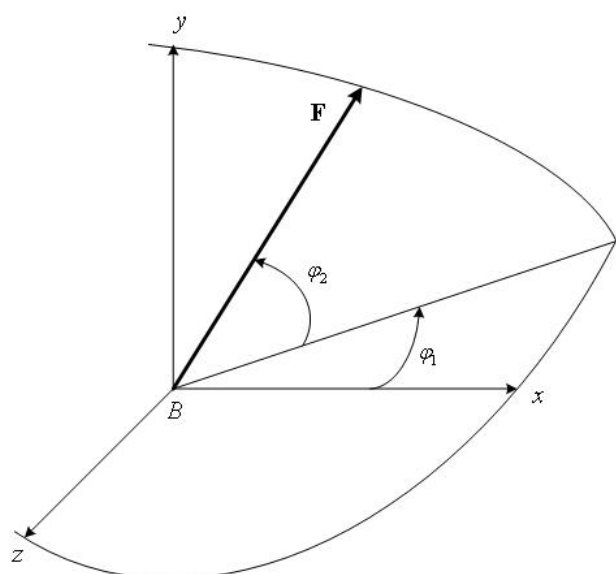


Рисунок 4 – К определению силы F

Требуется найти такие линейные и угловые размеры механизма, которые обеспечивают минимальную гарантированную податливость конструкции:

$$\min_{R,L,\alpha} E^*(R,L,\alpha) = E^*(R^*, L^*, \alpha^*) = E^{**}; R \in D_R, L \in D_L, \alpha \in D_\alpha. \quad (1)$$

Здесь $E^*(R,L,\alpha)$ - максимальное отклонение точки B , равное

$$E^*(R,L,\alpha) = \max_{\varphi} E(R,L,\alpha,\varphi), \varphi \in D_\varphi, \quad (2)$$

а множества $D_R, D_L, D_\alpha, D_\varphi$ определяются выражениями

$$D_R = \{R \mid R_i^{\min} \leq R_i \leq R_i^{\max}, i = 1,2\},$$

$$D_L = \{L \mid L_1^{\min} \leq L_1 \leq L_1^{\max}\},$$

$$D_\alpha = \{\alpha \mid 0 \leq \alpha_j \leq 120^\circ, j = 1,2\},$$

$$D_\varphi = \{\varphi \mid 0 \leq \varphi_1 \leq 360^\circ, 0 \leq \varphi_2 \leq 180^\circ\};$$

$R_i^{\min}, R_i^{\max}, L_1^{\min}, L_1^{\max}$ - заданные константы.

1.2. Двухсекционный манипулятор. Обе секции двухсекционного манипулятора являются рассмотренными выше гексаподами (рисунок 5).

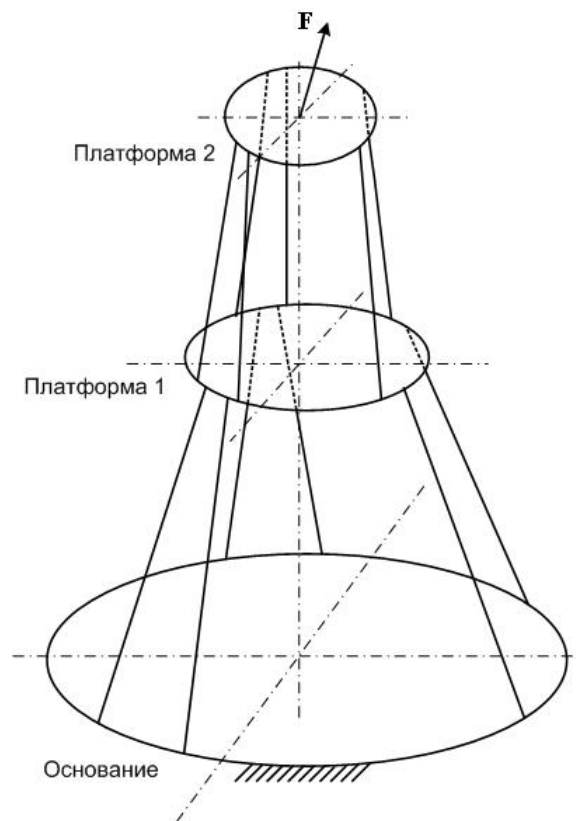


Рисунок 5 – Схема двухступенчатого манипулятора

Введем дополнительно следующие обозначения: R_3 - радиус второй платформы; L_2 - расстояние между второй и третьей платформами (высота второй секции); α_3, α_4 - углы между шарнирами, расположенными на верхней стороне первой платформы и нижней стороне второй платформы соответственно; $E = E(R, L, \alpha, \varphi)$ - абсолютная величина отклонения центра второй платформы от ее исходного положения, где $R = (R_1, R_2, R_3)$, $L = (L_1, L_2)$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$.

Требуется найти такие линейные и угловые размеры механизма, которые решают задачу (1) при условии, что

$$D_R = \{R \mid R_i^{\min} \leq R_i \leq R_i^{\max}, i \in [1:3]\},$$

$$D_L = \{L \mid L_j^{\min} \leq L_j \leq L_j^{\max}, j = 1, 2\},$$

$$D_\alpha = \{\alpha \mid 0 \leq \alpha_k \leq 120^\circ, k \in [1:4]\},$$

$$D_\varphi = \{\varphi \mid 0 \leq \varphi_1 \leq 360^\circ, 0 \leq \varphi_2 \leq 180^\circ\};$$

$R_i^{\min}, R_i^{\max}, L_j^{\min}, L_j^{\max}$ - заданные константы.

Отметим, что в работе [8] в близкой постановке рассматривается задача оптимизации традиционного манипулятора.

2. Схема исследования

Общая схема исследования представлена на рисунке 6. Здесь задача максимизации $\max_{\varphi} E(R, L, \alpha, \varphi)$ решается методом перебора на равномерной прямоугольной сетке Ω_φ , покрывающей область D_φ . Обозначим шаги этой сетки $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$.

Задача минимизации $\min_{R, L, \alpha} E(R, L, \alpha, \varphi)$ решается SQP-методом с использованием *MatLab*-реализации этого метода [6]. Отметим, что

в настоящее время *SQP* входит в число наиболее эффективных оптимизационных методов общего назначения [7].

В качестве критерия окончания итераций используем условие

$$|E_i - E_{i+1}| \leq \varepsilon_E, \quad (3)$$

где E_i , E_{i+1} - значения смещения E в двух соседних итерациях *SQP*-метода, ε_E - заданная константа.

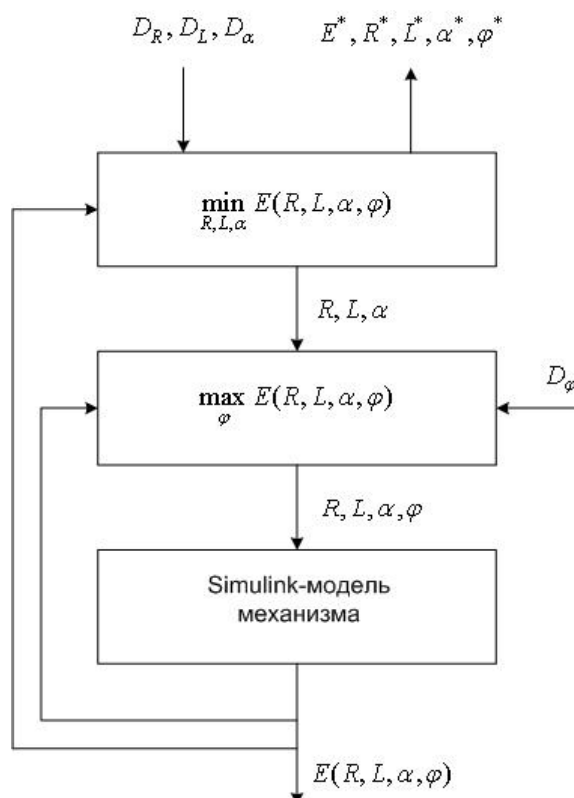


Рисунок 6 – Схема исследования

Центральным элементом данной схемы является Simulink-модель рассматриваемого параллельного механизма. В работе используются универсальные, параметризованные *Simulink*-модели рассматриваемых одноступенчатого и двух ступенчатого манипуляторов. Поскольку в пакете *Simulink* отсутствует возможность программной обработки результатов моделирования, а также возможность управляемого изменения исходных данных, реализовано взаимодействие *Simulink*-модели механизма с комплексом *MatLab* (рисунок 7).

Все геометрические размеры манипулятора, а также величина и направление силы $\mathbf{F}$ задаются с помощью переменных, значения которым присваиваются в m -функции программного комплекса *MatLab*. Результаты моделирования также передаются указанной m -функции, которая сохраняет их в массиве для последующей обработки и визуализации.

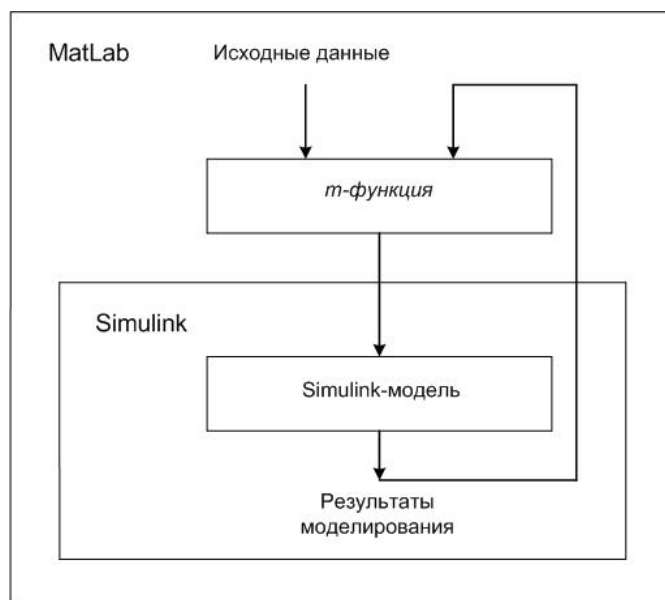


Рисунок 7 – Схема взаимодействия *Simulink*-модели с системой *MatLab*

3. Математическая модель одноступенчатого манипулятора

Схема модели на верхнем уровне иерархии представлена на рисунке 8, где *Platform1* – подсистема, моделирующая платформу, а шесть связей ее с *Ground* – подсистемы, соответствующие моделям штанг гексапода.

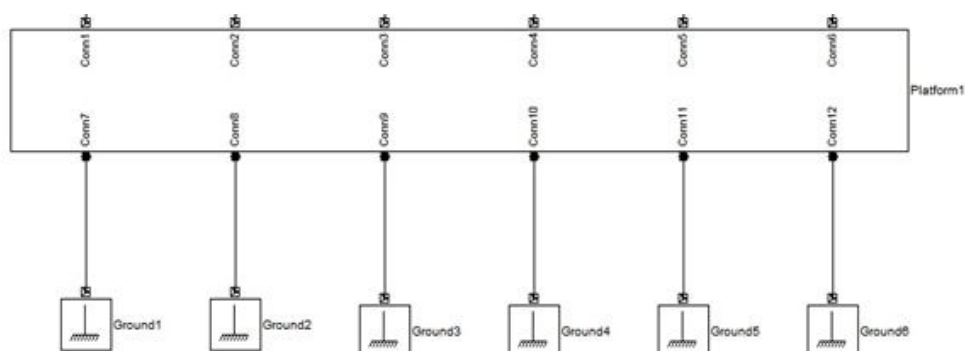


Рисунок 8 — Общая *Simulink*-модель гексапода

Полная *Simulink*-модель платформы представлена на рисунке 9, а такая же модель одной из штанг – на рисунке 10. Модель штанги состоит из четырех элементов типа *Body*, которые сопрягаются друг с другом моделями призматических кинематических связей *Prismatic*.

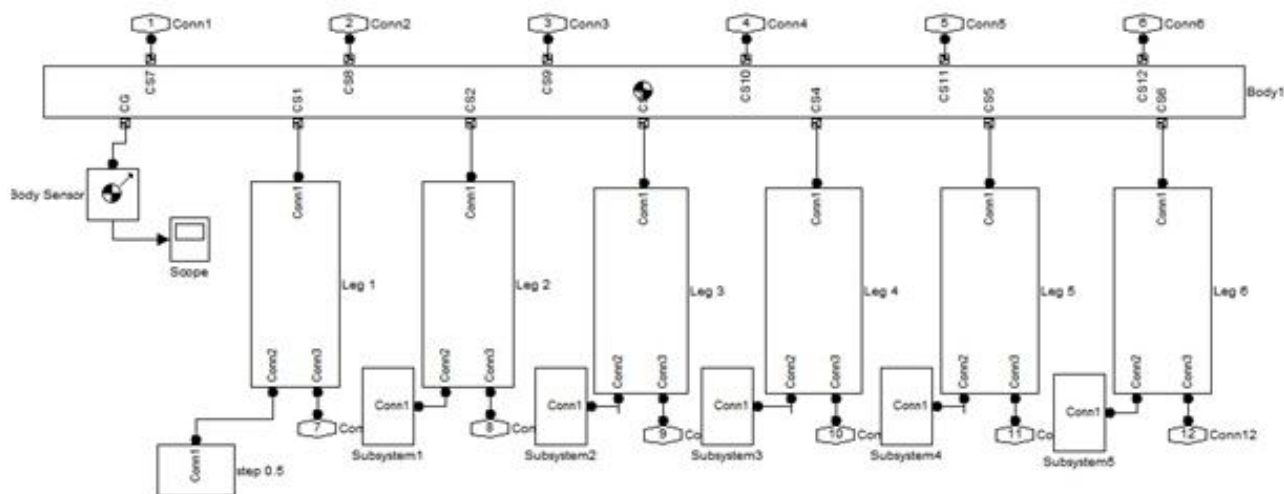


Рисунок 9 — Полная *Simulink*-модель платформы (подсистема *Platform1*)

Библиотека *SimMechanics* включает в себя стандартный элемент *Joint Spring & Damper* для моделирования упругих деформаций в элементах конструкций. Однако наши эксперименты с использованием элемента *Joint Spring & Damper* показали, что затраты вычислительных ресурсов при этом являются неприемлемо большими (время одного «прогона» модели гексапода до затухания колебаний, вызванных ступенчатым единичным входным воздействием, составляет около 12 минут). Поскольку для нашего исследования достаточно статической модели механизма, была разработана простая модель упругих деформаций в штанге (рисунок 11). В этой модели рассчитывается сила, действующая на штангу, а затем по закону Гука определяется ее деформация. Величина деформации передается в блок *Join actuator*, который обеспечивает соответствующее изменение длины штанги. Время одного «прогона» модели гексапода в данном случае не превышает 10 секунд.

Simulink-модель блока *Body Actuator*, формирующего внешнее воздействие на платформу (силу F) представлена на рисунке 12.

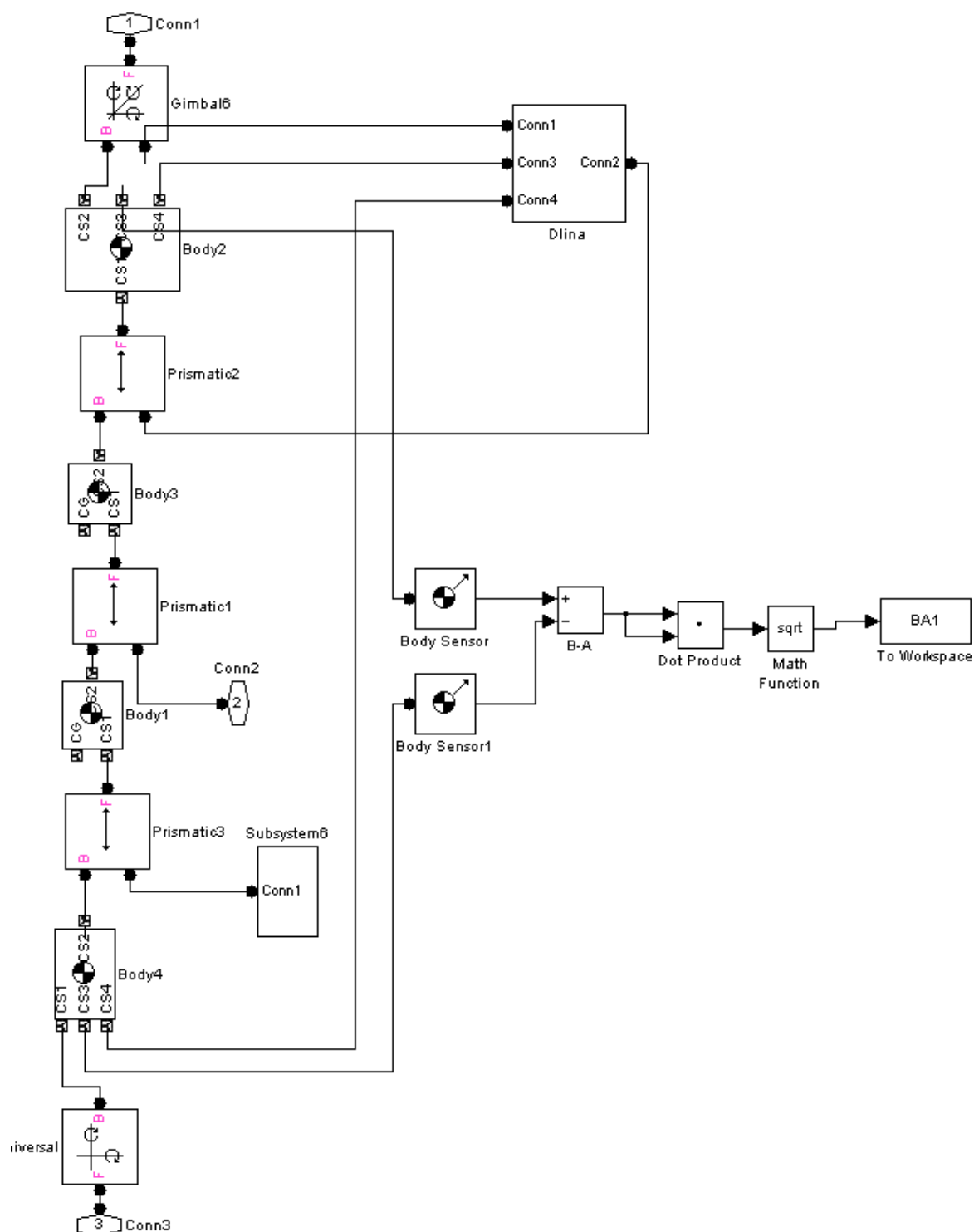


Рисунок 10 — Полная *Simulink*-модель штанги манипулятора

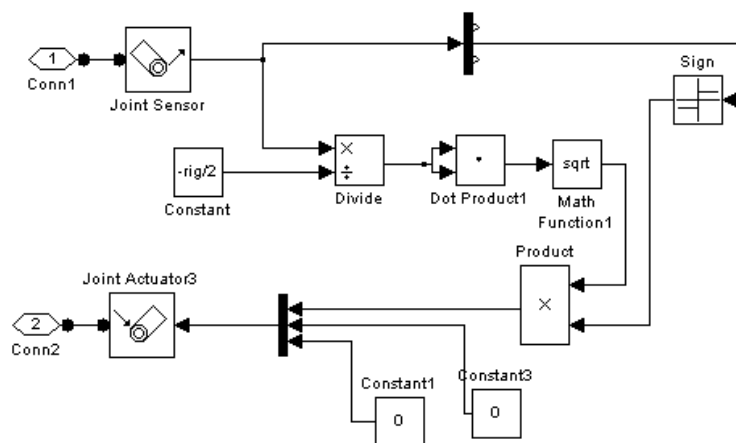


Рисунок 11 — Модель упругих деформаций в штангах

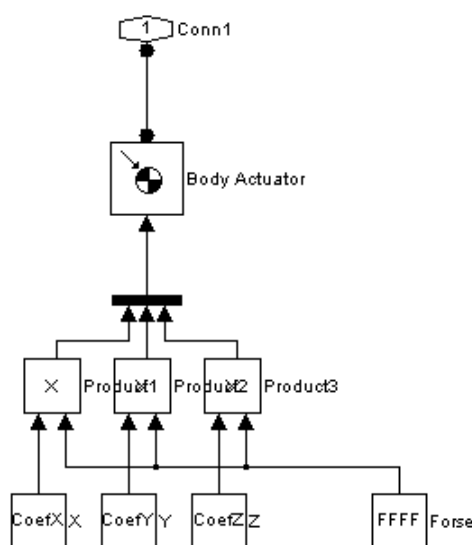


Рисунок 12 — *Simulink*–модель блока формирования внешнего воздействия

Характер зависимости смещения центра платформы E от направления приложенной силы иллюстрирует рисунок 13. Исследование выполнено при шагах изменения углов φ_1 , φ_2 , равных $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 6^\circ$, так что общее число узлов сетки Ω_φ равно 1891. Использованы следующие геометрические размеры гексапода: высота $L_1 = 1000$ мм; радиус основания $R_1 = 618$ мм; радиус платформы $R_2 = 382$ мм; углы крепления шарниров $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^\circ$; внешний диаметр штанг $d_1 = 30$ мм; внутренний диаметр $d_2 = 26$ мм; величина внешней силы $F = 6000$ Н.

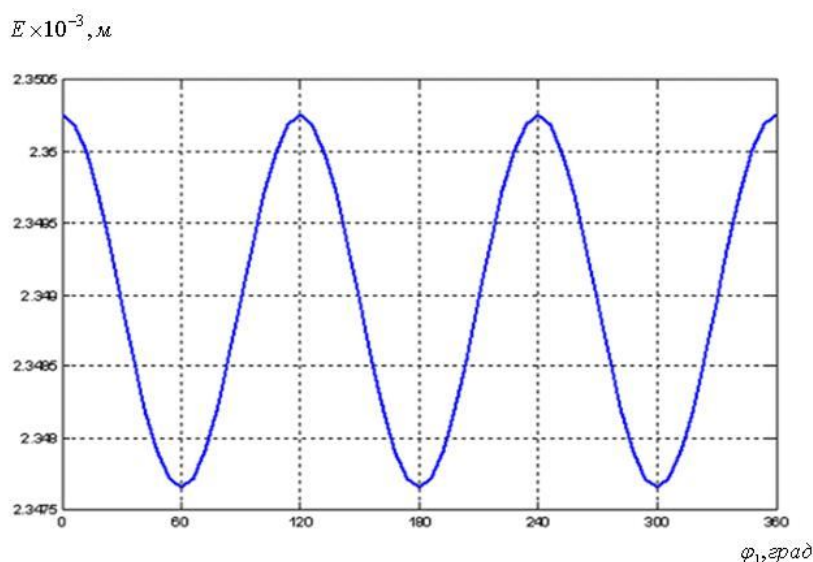


Рисунок 13 — Смещение центра платформы E одноступенчатого манипулятора в функции угла приложения силы φ_1 ; $\varphi_2 = 0$

Отметим, что, как и следовало ожидать, величина смещения E достигает своего максимального значения (равного $2,35 \times 10^{-3}$ м), когда линия действия силы F проходит между точками крепления шарниров.

4. Оптимизация одноступенчатого манипулятора

Если не оговорено противное, в этом разделе используются значения параметров гексапода и внешнего воздействия, которые приведены в п. 3.

4.1. Оптимизация угловых размеров. В данном случае из числа параметров гексапода R, L, α варьировались только углы α_1, α_2 , начальные значения которых полагались равными 30° .

Исследование показало, что оптимальным является расположение шарниров, которое определяется углами $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$ (рисунок 14). Минимальное гарантированное смещение при этом равно $E^{**} = 9.7115 \times 10^{-4}$ м. Характер зависимости $E^*(\alpha_1, \alpha_2)$ показывает рисунок 15.

Здесь и далее величина ε_E , используемая в критерии окончания итераций (3), принята равной 10^{-12} .

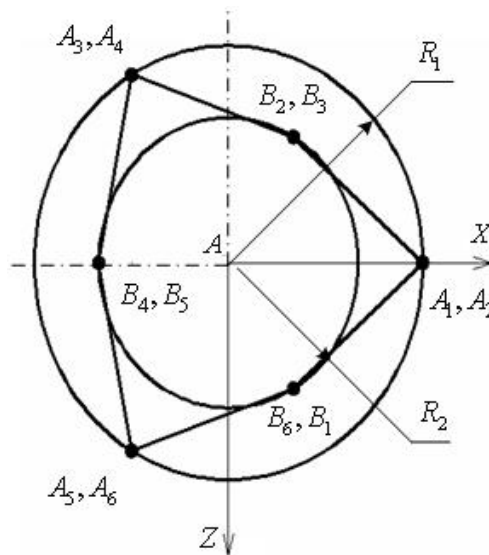


Рисунок 14 — Результат оптимизации углов α_1, α_2

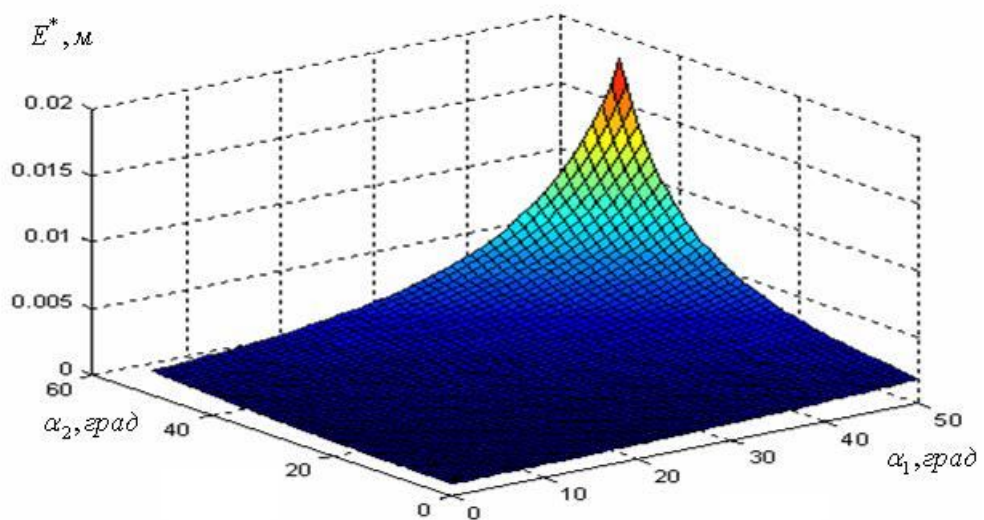


Рисунок 15 — Максимальное смещение платформы E^* в функции углов крепления шарниров α_1, α_2

Очевидно, что конструктивно обеспечить условие $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$ невозможно. В этой связи было выполнено исследование чувствительности найденного решения к отклонению углов α_1, α_2 от их указанного оптимального значения (таблица 1). Из таблицы следует, что имеет место слабая чувствительность решения в окрестности $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$ - увеличение углов α_1, α_2 до 5° приводит к увеличению максимального смещения центра платформы всего на 7%.

Таблица 1 – Чувствительность решения к изменению углов α_1, α_2

Смещение	$(\alpha_1; \alpha_2)$			
	(0;0)	(5°;5°)	(25°;25°)	(30°;30°)
$E^* \times 10^{-4}$ м	9,7115	10,42	18,388	23,503
$\tilde{E}^* = \frac{E^* - E^{**}}{E^*} \%$	0	6,8	47,0	58,7

4.2. Оптимизация линейных размеров. На первом этапе данного исследования радиус основания R_1 полагался фиксированным и равным 618 мм; варьировался только радиус платформы R_2 , начальное значение которого принималось равным 400 мм (п. 3). В качестве значений углов α_1, α_2 использовались их оптимальные значения $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$.

Исследование показало, что оптимальным является радиус платформы гексапода, равный $R_1 = 309$ мм (ровно в два раза меньший радиуса основания). Характер зависимости $E^*(R_1)$ иллюстрирует рисунок 16.

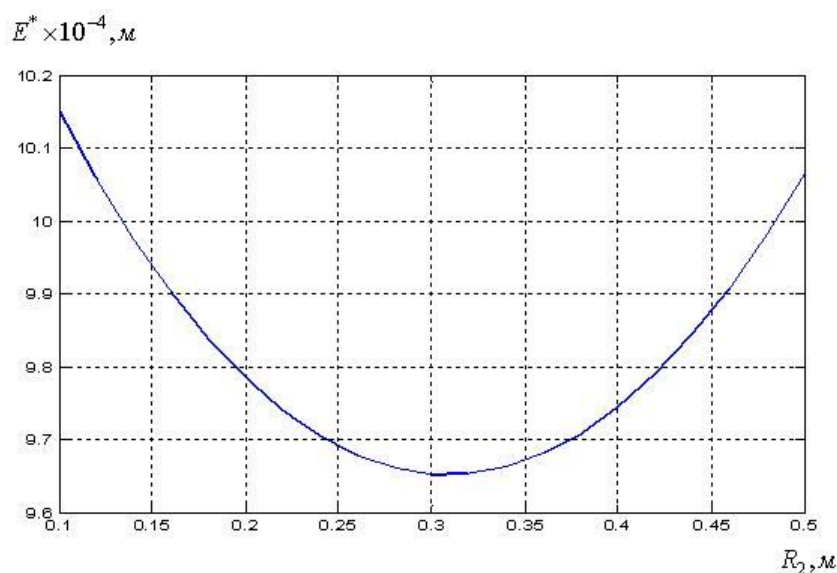


Рисунок 16 — Максимальное смещение платформы E^* в функции радиуса платформы R_2

На втором этапе исследования отыскивались оптимальные радиусы основания R_1 и платформы R_2 при следующих ограничениях: высота гексапода L_1 фиксирована и равна 1000 мм; отношение R_1/R_2 фиксировано и равно двум; значения углов α_1, α_2 равны нулю.

Исследование показало, что оптимальным является радиус основания гексапода R_1 , равный 1632 мм (при этом радиус платформы R_2 равен 816 мм).

Таким образом, в указанных выше условиях оптимальным является гексапод, схема которого представлена на рисунке 17. На виде сверху штанги оптимального гексапода образуют равносторонний треугольник.

Отметим, что смещения E при разных направлениях силы F отличаются для оптимального гексапода менее чем на сотую миллиметра. Отметим также, что оптимизация гексапода позволила повысить его жесткость почти в пять раз (по сравнению с гексаподом, имеющим начальные значения параметров).

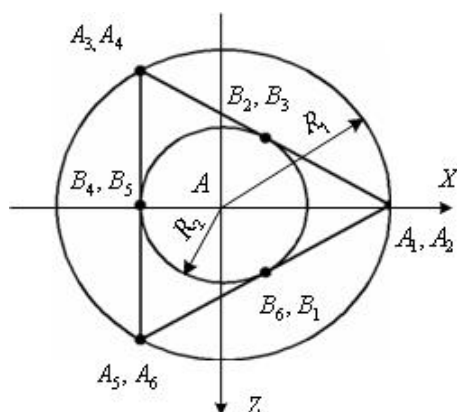


Рисунок 17 — Результат оптимизации - оптимальный гексапод

5. Математическая модель двухступенчатого манипулятора

Simulink-модель двухступенчатого манипулятора, построенного на основе двух гексаподов, приведена на рисунке 18. Здесь *Platform1*, *Platform2* – подсистемы, моделирующие нижнюю и верхнюю платформы соответственно; связи *Platform1* – *Ground*, а также связи *Platform1* – *Platform2* представляют собой подсистемы, моделирующие соответствующие штанги манипулятора.

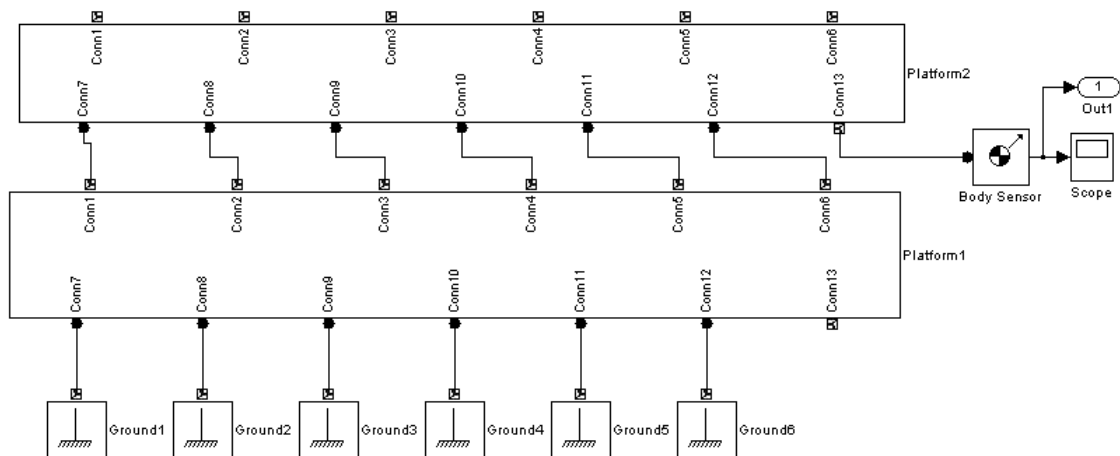


Рисунок 17 — *Simulink*-модель двухсекционного манипулятора (верхний уровень иерархии)

Simulink-модели подсистем *Platform1*, *Platform2* одинаковы и представлены на рисунке 9. Аналогично, *Simulink*-модели штанг представлены на рисунках 10, 11, а модель блока формирования внешнего воздействия – на рисунке 12.

Характер зависимости величины E от направления приложенной силы $\mathbf{F}$ иллюстрирует рисунок 18. Здесь, как и ранее, шаги изменения углов φ_1, φ_2 приняты равными $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = 6^\circ$.

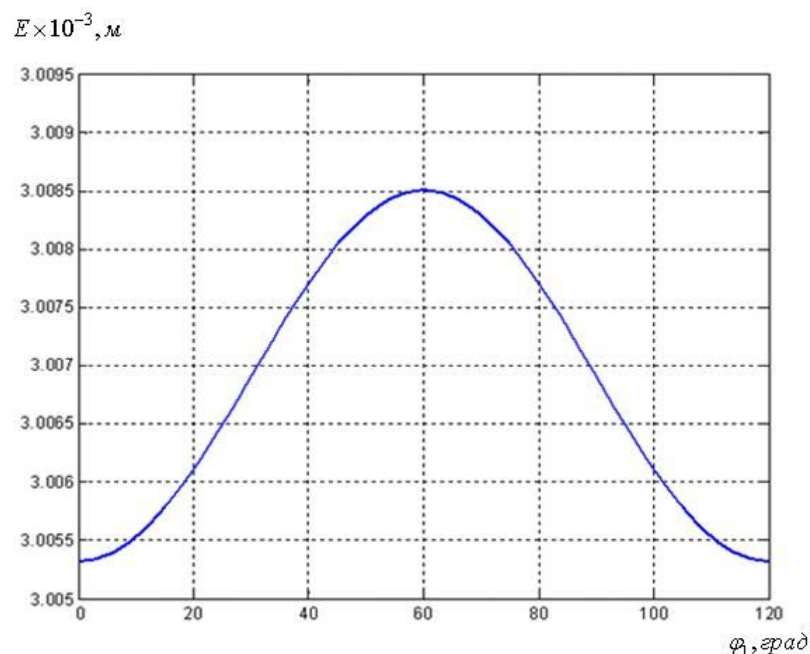


Рисунок 18 — Смещение E центра платформы двухсекционного манипулятора в функции угла приложения силы φ_1 ; $\varphi_2 = 0$

Использованы следующие значения параметров манипулятора:
 $L = L_1 + L_2 = 1000$ мм; $R_1 = 309$ мм; $R_2 = 191$ мм; $R_3 = 118$ мм;
 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 30^\circ$; $d_1 = 30$ мм; $d_2 = 26$ мм; $F = 6000$ Н.

6. Оптимизация двухступенчатого манипулятора

Если не указано иное, далее имеются в виду значения параметров манипулятора и внешнего воздействия, которые приведены в п. 5.

6.1. Оптимизация угловых размеров. В качестве начальных использовались значения углов, равные $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 30^\circ$.

Исследование показало, что оптимальным является расположение шарниров, которое определяется углами $\alpha_1 = \alpha_2 = 14,5^\circ$, $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$. Смещение E^* при этом равно $1,995 \cdot 10^{-3}$ м.

Чувствительность найденного решения к изменению углов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ иллюстрирует таблица 2, из которой следует, что без существенной потери жесткости конструкции, от нулевых углов α_3, α_4 можно перейти к конструктивно реализуемым несколько большим углам.

Таблица 2 – Чувствительность решения к изменению углов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

Смещение	$(\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3)$		
	$(30^\circ; 30^\circ; 30^\circ; 30^\circ)$	$(0; 0; 0; 0)$	$(14,5^\circ; 14,5^\circ; 0; 0)$
$E^* \times 10^{-3}$ м	3.007	2.127	1.995
$\tilde{E}^* \%$	33,6	6,2	0

6.2. Оптимизация линейных размеров. Общая высота манипулятора $L = L_1 + L_2$ в данном случае полагалась равной 1000 мм, использовались найденные выше оптимальные величины углов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ равные, $14,5^\circ, 14,5^\circ, 0, 0$ соответственно. В качестве начальных значений варьируемых

параметров использованы значения $R_1 = 309$ мм, $R_2 = 191$ мм, $R_3 = 118$ мм, $L_2/L_1 = 0,618$.

В результате оптимизации получены следующие значения этих параметров: $R_1^* = 1196,4$ мм; $R_2^* = 358,7$ мм; $R_3^* = 179,4$ мм; $L_1^*/L_2^* = 4,4601$; $L_1^* = 816,9$ мм; $L_2^* = 183,1$ мм (рисунок 19). При этих значениях параметров величина смещения E^{**} не превышает $5,51 \times 10^{-4}$ м, в то время как для указанных выше начальных значений варьируемых параметров это смещение равно 3×10^{-3} м.

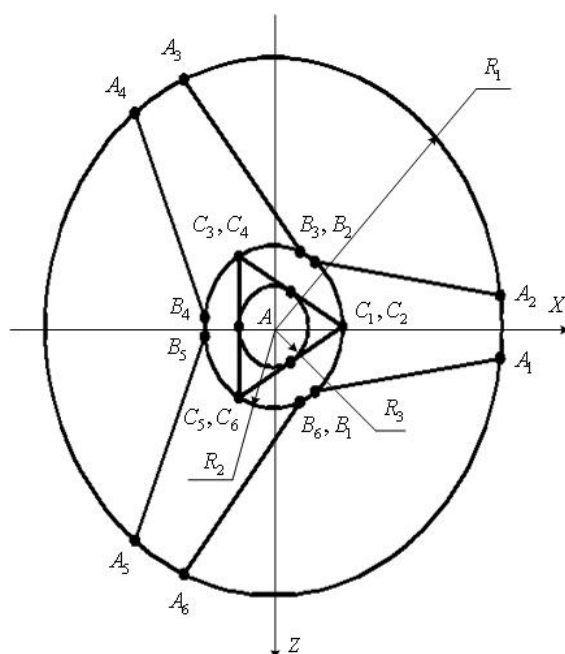


Рисунок 19 — Результат оптимизации - оптимальный двухсекционный

Таким образом, оптимизация линейных размеров двухсекционного манипулятора позволила уменьшить максимальное смещение центра масс второй (верхней) платформы относительно исходного положения почти в шесть раз. Кроме того, в результате оптимизации удалось получить практически одинаковую жесткость однозвенного и двухзвенного манипулятора (при их одинаковой высоте).

Отметим, что с точки зрения расположения штанг, вторая секция оптимального двухсекционного манипулятора представляет собой оптимальный односекционный манипулятор (п. 4). С той же точки зрения, его вторая секция образуют конструкцию, далекую от оптимального односекционного манипулятора. Содержательная интерпретация этого результата требует дополнительных исследований.

Заключение

Средствами комплекса *MatLab/Simulink* разработаны математические модели и программное обеспечение для оптимизации угловых и линейных размеров односекционного и многосекционных манипуляторов, построенных на основе механизмов параллельной кинематики типа гексапод.

С помощью разработанного программного обеспечения выполнена оптимизация односекционного и двухсекционного манипуляторов. В результате, по сравнению с начальным вариантом, удалось почти в пять раз повысить жесткость односекционного манипулятора и почти в шесть раз – двухсекционного манипулятора.

В развитие работы планируется разработка программного обеспечения для оптимизации манипулятора по нескольким критериям, например, по критериям «жесткость» и «объем его рабочего пространства».

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие потенциала высшей школы (2009 – 2010 годы)», проект 2.1.2/1509.

Литература

1. Merlet J.P. Parallel Robots. Solid mechanics and its applications.- Merlet-Kluwer Academic Publishers, 2000.- 394 p.
2. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры.- М. Наука, 1991.- 94 с.

3. Parallel mechanisms information center [Электронный ресурс]. (<http://www.parallemic.org/>).
4. Волкоморов С.В., Каганов Ю.Т., Карпенко А.П. Моделирование и оптимизация некоторых параллельных механизмов // Информационные технологии, Приложение, 2010, №5, с. 1-32.
5. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. -Издательство: Высшая школа, 2003.- 302 с.
6. Лазарев Ю.Ф. Моделирование процессов и систем в Matlab: Пакеты Signal Processing Tools, Control Toolbox и Simulink с библиотеками Aerospace, SimPowerSystems, SimMechanics.– СПб.: Издательский дом Питер, 2005.– 512 с.
7. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации: Учеб. пособие.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.- 304 с.
8. Донская Е.Ю., Драч М.А. Податливость манипулятора в зоне контакта и выбор его конфигурации // Труды 13-й Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их применение».- Иркутск, 2005.- том 5, с. 113 – 117.