электронное научно-техническое издание
НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ
Эл № ФС 77 - 30569. Государственная регистрация №0420900025. ISSN 1994-0408

Модели нечетких критериев и алгоритм принятия слабоструктурированных решений

07, июль 2010
авторы: Бекмуратов Т. Ф., Мухамедиева Д. Т., Бобомурадов О. Ж.

УДК 004.827:004.89

Институт математики и информационных технологий АН РУз
bek.tulkun@mail.ru, dilnoz134@ rambler.ru , ozod_b_76@mail.ru

Постановка задачи. Задачи принятия решений в условиях неопределенности относятся к классу неструктурированных или слабоструктурированных [1]. Одним из типов неопределенностей является нечеткость, характеризующаяся неполнотой, неточностью и лингвистической расплывчатостью в исходной информации, критериях и процедурах выбора.

Задача принятия слабоструктурированных решений (ПССР) содержательно может быть сформулирована следующим образом: имеется множество вариантов решений (альтернатив), реализация каждой из которых приводит к наступлению нескольких последствий (исходов).

Оценка исходов по выбранным показателям (критериям) эффективности определяет степень предпочтительности соответствующих этим исходам альтернатив. Требуется построить модель выбора альтернативы, наилучшей в соответствии с выбранными критериями эффективности исходов, а также, что важно, предпочтениями лиц, принимающих решения (ЛПР). При этом важно отметить, что критерии и оценки, а также предпочтения ЛПР, как правило, задаются в виде нечетких переменных.

При оценке характеристик альтернатив можно успешно использовать многокритериальную модель принятия решения [2], которая представляется в виде следующего набора элементов

$$< t, \Phi, F, \Theta, P, r>,$$

где: t - постановка (тип) задачи; Ф - множество решений; F – векторы оценочных функций; Θ - множество информационных ситуаций; P - система предпочтений ЛПР; r - правило выбора решения.

При этом на основе такой модели с явно заданными элементами возможно сравнение вариантов решения и их упорядочение посредством формализованных методов [3].

Алгоритм решения. Процедура использования многокритериальных моделей в задачах принятия решения начинается с постановки задачи. После формулировки цели составляется перечень допустимых вариантов решений, формируется перечень критериев, оцениваются варианты по каждому критерию, затем выявляется система предпочтений и формируется решающее правило. Упорядочение множества допустимых решений на основе решающего правила позволяет определить, получено ли требуемое в задаче упорядочение. Если такое упорядочение получено, осуществляется его анализ, в противном случае производится возврат к предыдущим этапам изложенного алгоритма и уточнение параметров сформированных элементов модели ПР. После анализа полученного упорядочения проверяется, удовлетворяет ли оно ЛПР и осуществляется окончательное принятие решение [4, 5].

Во многих задачах управления в нечеткой среде результат выбора той или иной альтернативы в качестве управляющего воздействия оценивается нечетким числом. При наличии m альтернатив образуется m нечетких чисел-оценок и возникает задача выбора одной из альтернатив.

Под ситуацией принятия многоцелевых решений в нечеткой среде будем понимать набор $\{\Phi, F, A_\Theta\}$, где: $\Phi = \{\varphi_1,...,\varphi_m\}$ - множество решений органа управления; $\Theta = \{\theta_1,...,\theta_n\}$ - множество состояний среды C, в одном $\theta_j \in \Theta$ из которых оно может находиться; F={f_{jk}}- оценочный функционал (матрица оценочного функционала), определенный на $\Theta \times \Phi$ и принимающий значения из R^1, при этом $f_{jk} = f(\theta_j, \varphi_k)$; A_Θ - нечеткое множество A на элементах Θ, которое определяется заданием отображения $\mu_A(\Theta)$ элементов $\theta \in \Theta$ в интервале [0,1].

В развернутой форме ситуация принятия решений характеризуется матрицей

$$\begin{array}{cccccc} & \varphi_1 & \dots & \varphi_k & \dots & \varphi_m \\ \theta_1 & f_{11} & \dots & f_{1k} & \dots & f_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_j & f_{j1} & \dots & f_{jk} & \dots & f_{jm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_n & f_{n1} & \dots & f_{nk} & \dots & f_{nm} \end{array}$$

Элементы f_{jk} матрицы отображают количественные оценки принятого решения $\varphi_k \in \Phi$ при условии, что среда C находится в состоянии $\theta_j \in \Theta$.

При заданной ситуации принятия решений $\{\Phi, F, A_\Theta\}$ проблема принятия многоцелевых решений состоит в том, что орган управления должен выбрать одно решение, оптимальное по выбранному этим органом управления критерию.

Для задач ПР в нечеткой среде разработаны аналоги известных критериев ПР: байесовского, дисперсии, Вальда, Савиджа, Гурвица.

Если заданы вектор $\overline{p} = (\overline{p}_1,...,\overline{p}_n)$ распределения аксиологических вероятностей на Θ и функция принадлежности $\mu = (\mu_1,...,\mu_n)$ на Θ, то для формирования оценочного функционала F построены нечеткие аналоги вышеназванных критериев принятия решения $\varphi_{k_0} \in \Phi$.

Нечеткий аналог критерия Байеса при положительном ингредиенте оценочного функционала представляется в виде

$$B(\mu, \overline{p}, \varphi_{k_0}) = \max_{\varphi_k \in \Phi} B(\mu, \overline{p}, \varphi_k).$$

Оптимальная стратегия статического процесса принятия решений $\varphi_{k_0} \in \Phi$ по этому критерию находится из условия

$$B(\mu, \overline{p}, \varphi_k) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{s=1}^{m} \mu_s \overline{p}_s f_{jk}^s / \sum_{r=1}^{m} \mu_r \overline{p}_r .$$

Оптимальная стратегия динамического процесса принятия решений $\{\varphi_{k_l^o}^{ll}(a_r^{l-1})\}_{r=1}^{m_{l-1}}$ последовательно находится для l=N, N-1....,2,1 из условий

$$f_l\ (\varphi_{k_l^0}^l(a_r^{l-1}), a_r^{l-1}) = \min_{\varphi_k^l \in \Phi^l} f_l(\varphi_k^l(a_r^{l-1}) .$$

При этом значения $f_l(\varphi_k^l, a_r^{l-1})$ удовлетворяют следующим рекуррентным уравнениям:

$$f_N(\varphi_{k_N^0}^N(a_r^{N-1}), a_r^{N-1}) = \min_{\varphi^{N_k} \in \Phi^N} B^N(\varphi_k^N) \mid a_r^{N-1});$$

$$f_1(\varphi_{k_l^0}^l(a_r^{l-1}), (a_r^{l-1}) = \min_{\varphi^{l_k} \in \Phi^l}[B^l(\varphi_k^l) \mid a_r^{l-1}) +$$

$$\sum_{r_1=1}^{m_1} f_{l+1}(\varphi_{k_{l+1}^0}^{l+1}(a_{rl}^l), a_{rl}^l) g_{rl}^l(a_r^{l-1}, \varphi_k^l)] .$$

Здесь

$$B^l(\varphi^{l_k} \mid a_r^{l-1}) = \sum_{j=1}^{n_l} \overline{p_j^l} f_{jk}^l(a_r^{l-1}) .$$

Нечеткий аналог критерия типа дисперсии значений оценочного функционала F представляется в виде

$$\sigma^2(\mu, \overline{p}, \varphi_{k_0}) = \min_{\varphi_k \in \Phi} \sigma^2(\mu, \overline{p}, \varphi_k) ,$$

где

$$\sigma^2(\mu, \overline{p}, \varphi_k) = \sum_{j=1}^{n} [\sum_{s=1}^{m} \mu_s \overline{p}_s f_{jk}^s / \sum_{r=1}^{m} \mu_r \overline{p}_r - B(\mu, \overline{p}, \varphi_k)]^2 \overline{p}_j .$$

Нечеткий аналог критерия типа Вальда для статической оценки F в нечеткой среде имеет вид:

$$V(\mu, \varphi_{k_0}) = \max_{\varphi_k \in \Phi} \min_{\theta_j \in \Theta} \sum_{s=1}^{m} \mu_s f_{jk}^s / \sum_{r=1}^{m} \mu_r .$$

Для критерия Вальда рекуррентные уравнения для нахождения оптимальных стратегий динамического процесса принятия решений имеют вид

$$f_N^0(\varphi_{k_N}^{N_0}(a_r^{N-1}), a_r^{N-1}) = \min_{\varphi_k^N \in \Phi^N} \max_{j=1,\ldots,n_N} f_{jk}^N(a_r^{N-1}),$$

$$f_1^0(\varphi_{k_1}^{l_0}(a_r^{l-1}), a_r^{l-1}) = \min_{\varphi_k^l \in \Phi^l}[\max_{j=1,\ldots,n_l} f_{jk}^l(a_r^{l-1}) +$$

$$\sum_{r_1=1}^{m_1} f_{l+1}^0(\varphi_{k_{l+1}^0}^{l+1}(a_{rl}^l), a_{rl}^l) g_{rl}^l(a_r^{l-1}, \varphi_k^l)]$$

По критерию типа минимаксного риска Сэвиджа оптимальное решение $\varphi_{k_0} \in \Phi$ в нечеткой среде находится из условия

$$S(\mu,\varphi_{k_0}) = \min_{\varphi_k \in \Phi} \max_{\theta_j \in \Theta} \sum_{s=1}^{m} \mu_s f_{jk}^s / \sum_{r=1}^{m} \mu_r .$$

Критерий типа Гурвица для статической оценки F в нечеткой среде имеет вид

$$H(\mu,\varphi_{k_0}) = \max_{\varphi_k \in \Phi} \left\{ \lambda \min_{\theta_j \in \Theta^{s-1}} \sum_{s=1}^{m} \mu_s f_{jk}^s / \sum_{r=1}^{m} \mu_r - (1-\lambda) \max_{\theta_j \in \Theta^{s-1}} \sum_{s=1}^{m} \mu_s f_{jk}^s / \sum_{r=1}^{m} \mu_r \right\},$$

при фиксированном $\lambda \in [0,1]$. При $\lambda = 1$ критерий Гурвица превращается в критерий Вальда, а при $\lambda = 0$ - в критерий "крайнего оптимизма". При $0 < \lambda < 1$ получается среднее между "крайним пессимизмом" и "крайним оптимизмом".

Для критерия Гурвица оптимальная стратегия динамического процесса принятия решений

$$\Phi_0^l = \{\varphi_{k_l^0}^l (a_r^{l-1})\}_{r=1}^{m_{l-1}} \qquad (l=1,...N)$$

находится путем решении рекуррентных уравнений вида

$$f_{N^N}^{\lambda} (\varphi_{k_N^0}^N (a_r^{N-1}), a_r^{N-1}) = \min_{\varphi_k^N \in \Phi^N} [\lambda_N \min_{j=1,...,n_N} f_{jk}^N (a_r^{N-1}) +$$

$$(1+\lambda_N) \max_{j=1,...,n_N} f_{jk}^N (a_r^{N-1})],$$

$$f_{l^l}^{\lambda} (\varphi_{k_l^0}^l (a_r^{l-1}), a_r^{l-1}) = \min_{\varphi_k^l \in \Phi^l} [\lambda_l \min_{j=1,...,n_l} f_{jk}^l (a_r^{l-1}) +$$

$$(1+\lambda_l) \max_{j=1,...,n_l} f_{jk}^l (a_r^{l-1}) +$$

$$\sum_{r_1=1}^{m_1} f_{l+1}^{\lambda_1} (\varphi_{k_{l+1}^0}^{l+1} (a_{rl}^l), a_{rl}^l) g_{rl}^l (a_r^{l-1}, \varphi_k^l)] .$$

Для реализации статических и динамических моделей процессов принятия решений разработан комплекс программ, который ориентирован на диалоговый режим работы конечного пользователя с компьютером [6].

Вычислительный эксперимент. В процессе эксперимента исследована нечеткая модель принятия решений на примере выбора оптимальных сортов хлопчатника. Улучшение качественных показателей селекционных сортов хлопчатника в соответствии со специализацией отрасли, природными и экономическими особенностями отдельных регионов республики позволяет увеличить производство продукции лучшего качества в расчете на каждый гектар пашни, снизить затраты труда и средств, повысить рентабельность производства. Качество хлопчатника определяется рядом биологических и технологических характеристик. Требуется выбрать селекционные сорта, имеющие наилучшие биологические и технологические характеристики для соответствующих исходных условий сева, вегетации и уборки.

Для решения этой задачи разработан комплекс нечетких моделей, а также методы, алгоритмы и программы принятия решений.

В таблице 1 приводятся результаты расчетов по оценке характеристик сортов хлопчатника с использованием различных критериев.

Таблица 1

Наименование характеристик	Критерий типа Байеса	Критерий типа Вальда	Критерий типа Гурвица	Критерий типа Лапласа
Урожайность хлопчатника	0,26	0,24	0,28	0,26

Длина волокна	0,26	0,27	0,29	0,26
Прочность волокна	0,26	0,28	0,29	0,26
Абсолютная масса семян	0,27	0,28	0,29	0,27
Масличность семян	0,26	0,26	0,28	0,26

По оценке селекционных сортов хлопчатника с использованием динамической модели принятия решений получены следующие результаты (табл.2). Здесь ОТС – орошаемый типичный серозем, ОСЛП – орошаемая сероземно-луговая почва, НСС – новоорошаемый светлый серозем (рядом с типем альтернатив указаны типы сортов хлопчатника).

Таблица 2

Наименование альтернативы	Критерии			
	типа Байеса	типа Вальда	типа Гурвица	типа Лапласа
ОТС С-4727	0,23	0,28	0,29	0,10
ОТС Ташкент 1	0,23	0,21	0,28	0,10
ОТС 108-Ф	0,23	0,27	0,29	0,10
ОТС 159-Ф	0,23	0,26	0,28	0,09
ОСЛП С-4727	0,24	0,29	0,30	0,10
ОСЛП Ташкент 1	0,23	0,29	0,29	0,10
ОСЛП 108-Ф	0,23	0,28	0,29	0,10
ОСЛП 159-Ф	0,23	0,28	0,29	0,10
НСС С-4727	0,23	0,24	0,27	0,09
НСС Ташкент 1	0,23	0,28	0,30	0,10
НСС 108-Ф	0,23	0,28	0,30	0,10
НСС 159-Ф	0,23	0,27	0,28	0,10

Если, например, необходимо выбрать из четырех селекционных сортов (С-4727, Ташкент 1, 108-Ф, 159-Ф) лучший по следующим характеристикам: урожайность, длина волокна, прочность волокна, абсолютная масса и масличность семян. Согласно предлагаемой схеме решения задачи нечеткая информация об оптимизируемых характеристиках хлопчатника представляется в виде матриц предпочтения $R_1, R_2, ..., R_5 \;\; и \; R$ [3]:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,78 & 0,66 & 0,61 \\ 1 & 1 & 0,87 & 0,80 \\ 1 & 1 & 1 & 0,92 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,99 & 0,98 \\ 0,98 & 1 & 0,98 & 0,97 \\ 1 & 1 & 1 & 0,99 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,99 & 0,99 \\ 1 & 1 & 0,99 & 0,99 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad R_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,96 & 0,95 \\ 0,98 & 1 & 0,94 & 0,93 \\ 1 & 1 & 1 & 0,99 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,98 & 1 & 0,97 & 1 \\ 0,99 & 0,98 & 1 & 1 \\ 0,95 & 0,97 & 0,96 & 1 \end{bmatrix}, \qquad R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0,9 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0,9 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0,9 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0,9 & 1 \end{bmatrix}.$$

Решение задачи ПР в такой постановке производится по следующему алгоритму:

1. Находится матрица $Q_1 = R_1 \cap ... \cap R_5$, строится обратная матрица Q_1^{-1} и вычисляется Q_1^0:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0{,}66 & 0{,}61 \\ 0{,}98 & 1 & 0{,}87 & 0{,}80 \\ 0{,}99 & 0{,}98 & 1 & 0{,}92 \\ 0{,}95 & 0{,}97 & 0{,}96 & 1 \end{bmatrix}, \qquad Q_1^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}98 & 0{,}99 & 0{,}95 \\ 1 & 1 & 0{,}98 & 0{,}97 \\ 0{,}66 & 0{,}87 & 1 & 0{,}96 \\ 0{,}61 & 0{,}80 & 0{,}92 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Q_1^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}33 & 0{,}34 \\ 0{,}02 & 0 & 0{,}11 & 0{,}17 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}04 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Находится для Q_1 недоминируемое множество альтернатив $Q_1^{НД}$.

Для этого, во-первых, определяется обратная матрица Q_1^{-1}:

$$\mu_{Q_1^{-1}}(x, y) = \mu_{Q_1}(y, x).$$

Во-вторых, из каждого элемента матрицы Q_1^{-1} производится вычитание соответствующего элемента матрицы Q_1. При этом, если результат является отрицательным числом, то он заменяется нулем. В результате получается матрица Q_1^0:

$$\mu_{Q_1^0}(x, y) = \max(0, \mu_{Q_1^{-1}}(x, y) - \mu_{q_1}(x, y)).$$

В-третьих, в каждой строке матрицы Q_1^0 находится максимальное значение $r(x_i), i = 1,2,...,n$. Затем полученные значения вычитаются из единицы. В результате получается $\mu_{Q_1^{НД}}(x_i)$ - искомые степени принадлежности наших недоминируемых альтернатив:

$$\mu_{Q_1^{НД}}(x_i) = 1 - r(x_i), i = 1,2,...,n.$$

Таким образом, находится матрица $Q_1^{НД}$

$$Q_1^{НД} = [0{,}66 \quad 0{,}83 \quad 0{,}96 \quad 1].$$

3. Аналогично находится для R недоминируемое множество $R^{НД}$. Полученные степени принадлежности $\mu_{R^{НД}}(p_1), \mu_{R^{НД}}(p_2),..., \mu_{R^{НД}}(p_k)$ обозначаются соответственно через $l_1, l_2,..., l_k$ и вычисляются весовые коэффициенты для каждого из признаков по формуле:

$$\lambda_i = \frac{l_i}{\sum\limits_{j=1}^{k}}, i = 1,2,...,k.$$

Для нашего примера λ имеет вид:

$$\lambda = [0{,}19 \quad 0{,}19 \quad 0{,}19 \quad 0{,}24 \quad 0{,}19].$$

4. Составляется матрица Q_2, элементы которой вычисляются по формуле:

$$\mu_{Q_2}(x,y)=\sum_{m=1}^{k}\lambda_m\mu_{R_m}(x,y).$$

В нашем примере матрица Q_2 имеет вид:

$$Q_2=\begin{bmatrix}1 & 0,95 & 0,9 & 0,89\\ 0,97 & 1 & 0,93 & 0,92\\ 0,99 & 0,99 & 1 & 0,96\\ 0,98 & 0,99 & 0,98 & 1\end{bmatrix}.$$

5. Аналогично пункту 2 находится $Q_2^{НД}$:

$$Q_2^{НД}=\begin{bmatrix}0,91 & 0,93 & 0,98 & 0,93\end{bmatrix}.$$

6. Строится пересечение $Q=Q_1^{НД}\cap Q_2^{НД}$:

$$Q=\begin{bmatrix}0,66 & 0,83 & 0,96 & 0,93\end{bmatrix}.$$

7. Выбор рациональной альтернативы, имеющей максимальное значение степени принадлежности в Q.

Таким образом, ранжировка всех селекционных сортов показала, что селекционный сорт 108-Ф является наилучшим среди предложенных селекционных сортов хлопчатника.

Заключение. Для решения задач ПССР в нечеткой среде перспективными являются методы, основанные на нечетко-множественных моделях описания ситуаций ПР, критериев и оценок эффективности. Предложенные нечеткие аналоги известных статистических критериев (Байеса, дисперсии и др.) позволяют эффективно решать большой класс задач ПССР. Дальнейшее развитие методов решения задач ПССР связано с использованием комбинации средств технологии "Soft Computing" (нейронных сетей, генетических алгоритмов, эволюционного моделирования и программирования).

Литература

1. Bekmuratov T.F. Poorly structured decision – making in problems of management of risks// Fifth World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation. WCIS – 2008. Edited by N.R. Yusupbekov, W. Bonfig, R.A. Aliev. b – Quadrat Verlag. - Tashkent – Novemder 25-27, 2008. – P. 96-106.

2. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. - М: Радио и связь. 1981.- 560с.

3. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981.

4. Bekmuratov T.F., Mukhamedieva D.T. Decision-making problem in poorly formalized processes. // Fifth World Conference on Intelligent Systems for Industrial Automation. WCIS – 2008. Edited by N.R. Yusupbekov, W. Bonfig, R.A. Aliev. b – Quadrat Verlag. - Tashkent – Novemder 25-27, 2008. - P. 214-218.

5. Бекмуратов Т.Ф., Дадабаева Р.А., Мухамедиева Д.Т. Принятие решений в нечеткой среде. Проблемы информатики (Новосибирск). №1, 2010. С. 52-60.

6. Мухамедиева Д.Т. Информационно-диалоговая система «Определение нечетких параметров имитационной модели» Свидетельство № DGU 00879 об официальной регистрации программы для ЭВМ в Государственном Патентном ведомстве. – Ташкент, 2005.